Licence EEA

# LISTE N°2 - PROBABILITÉS

**I.** $\Theta$ étant une variable aléatoire équirépartie sur $[0,2\pi]$, trouver la loi de $X = \sin(\Theta)$.

**II.** $X$ étant une variable aléatoire de loi : $p_X(x) = \frac{1}{2}\exp(-|x|)$, déterminer les lois de $Y = X^2$ et de $Z = \exp(X)$.

**III.** La probabilité pour qu'une personne, née à l'instant 0, meure dans l'intervalle de temps $(t_1, t_2)$ est donnée par :

$$\int_{t_1}^{t_2} \alpha(t)\,dt$$

$$\text{où} \quad \alpha(t) = \begin{cases} A.t^2.(100-t)^2, & \text{pour } 0 \le t \le 100 \\ 0 & \text{, ailleurs} \end{cases}$$

(On suppose que $\alpha(.)$ a été déterminée à partir de statistiques antérieures, l'unité temporelle étant égale à une année).

1°. Déterminer $A$.

2°. Calculer la probabilité pour qu'une personne donnée meure entre 60 et 70 ans.

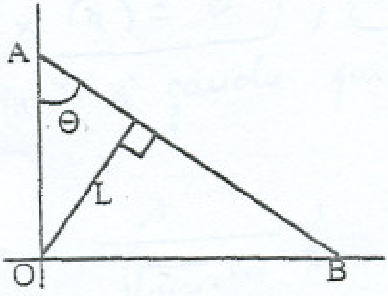
3°. Calculer la probabilité pour qu'une personne donnée meure dans cette même fourchette d'âge sachant qu'elle a déjà atteint l'âge de 60 ans.

**IV.** On mène par le point A de coordonnées (0,1) (se reporter à la figure) une droite AB sous un angle aléatoire $\Theta$ avec l'axe des ordonnées. La loi de $\Theta$ est : $p_\Theta(x) = 0.5\cos(x)$ pour $x \in [-\pi/2, \pi/2]$.

1°. Exprimer la longueur L positive en fonction de $\Theta$.

2°. Calculer la loi de probabilité de L.

3°. Quelle est sa moyenne ?




**V.** On tire au hasard un nombre entre 0 et 1 suivant une loi uniforme. On désigne par $X$ la variable aléatoire correspondante. On opère ensuite la transformation : $Y = -a\ln(X)$, $a$ réel positif.

Quelle est la densité de probabilité de la variable aléatoire $Y$ ? Quelle est sa moyenne ?