

TD N°1 - PROBABILITÉS

I. On lance N pièces de monnaie qui ont chacune la probabilité p de tomber sur face. On gagne 1F pour chaque pièce présentant face et rien du tout pour les autres. Proposer (Ω, \mathcal{A}, P) pour cette expérience. Calculer la probabilité de gagner k francs à l'issue d'une expérience.

II. Un canal de transmission transmet des mots de 8 bits. Des erreurs sont possibles indépendamment sur chaque bit : proba (1 erreur sur 1 bit quelconque) = 0.01. On utilise un code correcteur d'erreur tel que le récepteur reconstruise toujours le mot correct s'il y a au plus une erreur et sinon il se trompe.

1°- Calculer la probabilité pour qu'un mot soit mal décodé.

2°- On prend à présent des mots de 10 bits et un code qui corrige 2 erreurs au plus et amène une erreur sinon. Calculer la probabilité pour qu'un mot soit bien décodé.

3°- Un message de 6 mots de 10 bits est transmis suivant le principe précédent. Les décodages de mots distincts sont indépendants. Quelle est la probabilité pour que le message soit mal décodé ?

III. Des bus passent à l'arrêt à 7h08, 7h22, 7h36, 7h43 et 7h55 tous les matins en direction de la même destination. Vous prenez le premier bus qui passe à l'arrêt après votre arrivée. On suppose que votre instant d'arrivée est aléatoire dans l'intervalle 7h à 7h45.

1°- Calculer la probabilité que vous preniez le bus à 7h22.

2°- Calculer la probabilité pour que vous deviez attendre au moins 10mn à l'arrêt.

IV. (problème de la poule pour 3 joueurs A, B et C). On considère une suite de rencontres entre 2 joueurs :

1 - A joue contre B.

2 - le gagnant de 1 joue contre C.

3 - tout joueur qui gagne 2 fois de rang sort vainqueur du tournoi qui ne se termine que par un tel double succès.

Quelles sont les probabilités, sachant que A et B commencent, pour que respectivement A, B, C gagne le tournoi ?

V. Trois prisonniers A, B et C savent que deux d'entre eux (mais pas lesquels) ont été choisis au hasard pour être exécutés le lendemain matin. Le geôlier a reçu l'ordre de ne rien dire aux prisonniers qui soit susceptible de les renseigner. A, qui s'inquiète sur son sort, lui demande cependant, en faisant remarquer que de toute façon il sait que soit C, soit B, soit les deux, doit (doivent) être exécuté(s), de donner un nom (C ou B) de prisonnier condamné à mort (en choisissant au hasard entre C et B si les deux sont condamnés). A promettant d'autre part de ne transmettre ce renseignement ni à B ni à C, le geôlier, en échange d'un "pourboire", lui annonce que B sera pendu.

A semble satisfait. Pourquoi? *par ce qu'il se dit qu'entre A et C il n'a qu'une chance sur 2 d'être pendu au lieu de 2 ch. sur 3 au départ.*

VI. Lors d'un examen un étudiant doit déterminer laquelle parmi N réponses proposées pour une question donnée est la bonne. On suppose que soit l'étudiant connaît la bonne réponse, soit il en choisit une au hasard parmi les N . On considère d'autre part qu'il y a une probabilité p pour qu'il connaisse la bonne réponse. Sachant qu'à l'issue de l'examen la réponse donnée s'avère correcte, quelle est alors la probabilité pour qu'elle ait été choisie au hasard ?

*Montrer qu'il se
trouve*