Préparation de l'examen de TP du mardi 11 janvier 2005 (16h15 - 18h15)

Remarque : seules les notes de cours (polycopié téléchargeable à l'adresse http://perso.univ-rennes1.fr/laurent.albera/) + une feuille A3 recto verso de notes personelles seront autorisées pour l'examen sur le cours et les TD. Quant à l'examen de TP, tous les documents seront autorisés.

1. Soit $X(n)$ un signal aléatoire causal et $\mathcal{H}$ est un filtre linéaire, homogène de réponse impulsionnelle :

$$H(n) = \begin{cases} \frac{1}{N} \text{ si } & n \in \{0,1,2,\ldots,N-1\} \\ & 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

En notant $Y(n)$ le produit de convolution $(H * X)(n) = \sum_k X(k) \cdot H(n-k)$, montrer que l'on a l'égalité suivante :

$$Y(n) = \frac{1}{N} \sum_{\max(0,n-N+1)}^{n} X(k)$$

En déduire pour Y le code de programmation suivant :

```
X, Y :  tableau de réel;
Y(0) = X(0)/N;

pour n = 1 jusqu'à N - 1
faire
        Y(n) = Y(n-1) + X(n)/N;
refaire

pour n = N jusqu'à 255
faire
        Y(n) = Y(n-1) + (X(n) - X(n - N))/N;
refaire
```

2. Considérons à présent un autre filtre linéaire et homogène $\mathcal{H}$ dont la *réponse en fréquence* est définie par :

$$\hat{H}(f) = \frac{b}{1 - a\exp\{-i2\pi f\}}, \quad |a| < 1$$

En déduire la *fonction de transfert en Z* puis la réponse impulsionnelle de $\mathcal{H}$.. Expliquer pourquoi l'opération de filtrage peut se réaliser avec l'algorithme :

$$Y(n) = aY(n\text{-}1) + bX(n), \;\; où\, Y(0)=Y_0$$

Quelle fonction Matlab permet de coder l'opération de filtrage ? Ecrire les quelques lignes de codes réalisant cette opération.

3. Comment, sous Matlab, coder la somme suivante :

$$R_x(\ell) = \sum_{n=1}^{N} X(n)X(n+1-\ell), \qquad pour\; 1\leq\ell\leq N$$

sans utiliser de boucle ?

4. Soit Z[n] un signal aléatoire en temps discret correspondant à :

$$Z[n] = -\frac{1}{2}\varepsilon[n] + \varepsilon[n-1] - \frac{1}{2}\varepsilon[n-2]$$

où $\varepsilon[n]$ est un bruit blanc discret non centré. Les VA $\varepsilon[n]$ sont décorrélées 2 à 2, de même moyenne égale à 2 et de même variance égale à 4.
Quelles sont les DSP (densité spectrale de puissance) $\gamma_\varepsilon^d(f)$ et $\gamma_\varepsilon^d(f)$, $f \in R$?
Proposer des lignes de code en Matlab

- pour simuler *N* échantillons de ε et Z
- pour obtenir (par des moyennes temporelles) à partir de la réalisation de *Z* une mesure de sa fonction de corrélation et ensuite une mesure $\tilde{\gamma}_Z^d(f)$ de sa DSP $\gamma_Z^d(f)$ pour $f = 0, \frac{1}{N}, .., \frac{K-1}{N}$ où $K \leq N$
- pour représenter dans une même fenêtre (utilisation de plot) et avec les mêmes échelles la DSP théorique $\gamma_Z^d(f)$ et sa mesure $\tilde{\gamma}_Z^d(f)$.