Liste d'exercices de Mathématiques (calcul intégral 2)

Compléments de Mathématiques en Electronique

Exercice 1.

Calculer les intégrales suivantes.

$$I_1 = \int_e^{e^2} \frac{dx}{x (\ln(x))^3} \quad I_2 = \int_a^b \frac{2x+1}{2x-1} dx \quad I_3 = \int_a^b \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}} \quad I_4 = \int_a^b \frac{x dx}{\sqrt{1+x}}$$

Exercice 2.

Résoudre l'équation différentielle suivante $y' - 2(1+y)/(x^2-1) = 0$, autrement dit exprimer y en fonction de x de telle sorte que l'équation précédente soit vérifiée.

Exercice 3.

Déterminer les valeurs de $\alpha \in \mathbb{R}$ pour lesquelles les intégrales suivantes sont définies. Le cas échéant, calculer ces dernières :

1. $I = \int_0^1 \log(x) dx$
2. $J_\alpha = \int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx$
3. $K_\alpha = \int_0^1 \frac{\log(x)}{x^\alpha} dx$

Les fonctions $f : x \mapsto \log(x)$, $g : x \mapsto \frac{1}{x^\alpha}$ et $h : x \mapsto \frac{\log(x)}{x^\alpha}$ appartiennent-elles à $L^1([0, 1])$?

Exercice 4.

1. Montrer que toute fonction g continue sur $\mathbb{R}$ est localement sommable ;
2. Montrer que son produit par une fonction localement sommable est une fonction sommable ;
3. Déterminer deux fonctions localement sommables dont le produit ne l'est pas.