

# Liste d'exercices de Mathématiques (séries numériques)

## Mise à niveau en Mathématiques

### Exercice 1.

Expliquer comment étudier la nature de la série de terme général  $U_n = 1/n^\alpha$  pour  $n \geq 1$  et  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

### Exercice 2.

Etudier la nature de la série de terme général  $U_n = (-1)^n(\sqrt{n^2 + 1} - n)$  :

1. Montrer que la série ne converge pas absolument ;
2. Montrer que la série converge.

### Exercice 3.

Etudier la nature des séries définies par les termes généraux suivants :

$$U_n = \frac{(-1)^n}{n^\alpha} \text{ pour } n \geq 1 \qquad V_n = \frac{\exp(in\theta)}{n^\alpha} \text{ pour } \begin{cases} n \geq 1 \\ \frac{\theta}{2\pi} \notin \mathbb{N} \end{cases}$$
$$W_n = \ln\left(1 + \frac{(-1)^n}{n^\alpha}\right) \text{ pour } \begin{cases} n \geq 2 \\ a > 0 \end{cases} \qquad Z_n = \frac{a^n}{n!} \text{ pour } a \in [0, +\infty[$$

### Exercice 4.

Montrer que la série de terme général  $U_n = (-1)^n/(\sqrt{n} + (-1)^n)$  définie pour  $n \geq 2$  est divergente. On pourra réécrire cette série comme la somme d'une série convergente et d'une série divergente.

### Exercice 5.

La série numérique de terme général  $U_n = \sin\left(\pi\left(\frac{n^3+1}{n^2+1}\right)\right)$  converge-t-elle ?