

Liste d'exercices de Mathématiques (séries numériques)

Mise à niveau en Mathématiques

Exercice 1.

Expliquer comment étudier la nature de la série de terme général $U_n = 1/n^\alpha$ pour $n \geq 1$ et $\alpha \in \mathbb{R}$.

Exercice 2.

Etudier la nature de la série de terme général $U_n = (-1)^n(\sqrt{n^2 + 1} - n)$:

1. Montrer que la série ne converge pas absolument ;
2. Montrer que la série converge.

Exercice 3.

Etudier la nature des séries définies par les termes généraux suivants :

$$U_n = \frac{(-1)^n}{n^\alpha} \text{ pour } n \geq 1 \qquad V_n = \frac{\exp(in\theta)}{n^\alpha} \text{ pour } \begin{cases} n \geq 1 \\ \frac{\theta}{2\pi} \notin \mathbb{N} \end{cases}$$
$$W_n = \ln\left(1 + \frac{(-1)^n}{n^\alpha}\right) \text{ pour } \begin{cases} n \geq 2 \\ a > 0 \end{cases} \qquad Z_n = \frac{a^n}{n!} \text{ pour } a \in [0, +\infty[$$

Exercice 4.

Montrer que la série de terme général $U_n = (-1)^n/(\sqrt{n} + (-1)^n)$ définie pour $n \geq 2$ est divergente. On pourra réécrire cette série comme la somme d'une série convergente et d'une série divergente.

Exercice 5.

La série numérique de terme général $U_n = \sin\left(\pi\left(\frac{n^3+1}{n^2+1}\right)\right)$ converge-t-elle ?