

Liste d'exercices de Mathématiques (Intégrales généralisées)

Mise à niveau en Mathématiques

Exercice 01

$$\begin{array}{llll} 1^\circ. \int_0^{+\infty} x e^{-x} dx & 2^\circ. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} & 3^\circ. \int_0^1 \ln x dx & 4^\circ. \int_0^1 \ln \frac{1}{x} dx \\ 5^\circ. \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} dx & 6^\circ. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}} & 7^\circ. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x-1}} & 8^\circ. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2} \\ 9^\circ. \int_{-1}^0 \frac{e^x}{\sqrt{1-e^x}} dx & 10^\circ. \int_1^2 \frac{x-2}{\sqrt{x^2-1}} dx & 11^\circ. \int_2^{+\infty} \frac{1}{(x-1)^2} dx & 12^\circ. \int_0^{+\infty} \frac{x^7}{1+x^{16}} dx \end{array}$$

Exercice 02

$$I(\lambda) = \int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)(1+x^\lambda)}$$

Montrer que $I(\lambda)$ converge pour tout réel λ et calculer cette intégrale en utilisant le changement de variable $t = 1/x$.

Exercice 03

$$I = \int_0^{\infty} \frac{e^{-t} - e^{-2t}}{t} dt.$$

- a) Montrer que I est convergente.
- b) Pour $\varepsilon > 0$, établir, en posant $x=2t$, la relation suivante :

$$\int_{\varepsilon}^{\infty} \frac{e^{-t} - e^{-2t}}{t} dt = \int_{\varepsilon}^{2\varepsilon} \frac{e^{-t}}{t} dt$$