

Liste d'exercices de Mathématiques

(limites, continuité et dérivabilité)

Licence 2 d'ingénierie nutraceutique

Exercice 1

Montrer, sans calcul de dérivée (utiliser les identités remarquables), que pour tout $x \in [-1/3, 1/3]$ on a :

$$1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{6} \geq 0 \quad \text{et} \quad \frac{x}{2} - \frac{x^2}{6} \leq \sqrt{1+x} - 1 \leq \frac{x}{2}$$

Puis, calculer la limite de $\frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ quand x tend vers zéro.

Exercice 2

Montrer que :

$$\sin(p) - \sin(q) = 2 \sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$$

Exercice 3

Démontrer que la dérivée de $x \mapsto \sin(x)$ est $x \mapsto \cos(x)$ en utilisant $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(t)}{t} = 1$ est le fait que la fonction $x \mapsto \cos(x)$ est continue sur $\mathbb{R}$.

Exercice 4

Etudier la dérivabilité sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie par $f : x \mapsto \sqrt{x^2 + 1}$ de deux manières différentes : tout d'abord en exprimant f sur $\mathbb{R}$ comme la composée de fonctions dérivables, puis en étudiant la limite du taux d'accroissement de f en tout point de $\mathbb{R}$. Si f est dérivable sur $\mathbb{R}$, on donnera alors la valeur de sa dérivée en tout point de $\mathbb{R}$.

Exercice 5

Déterminer en fonction de la variable réelle β une primitive de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ tel que :

$$g : x \mapsto (3x^3 + 2x^2 + 4x - 1)e^{\beta x}$$