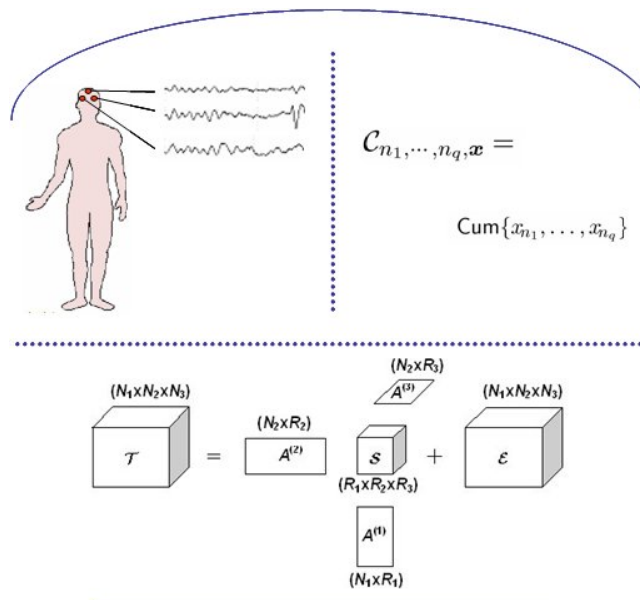


Biomédical : localisation intracérébrale

Laurent Albera



Plan du cours

- I. Contexte applicatif et formulation du problème
 - 1. Les épilepsies pharmacorésistantes
 - 2. Méthodes d'observation non invasives
 - 3. Modélisation et localisation de sources
- II. Quelques outils mathématiques
 - 1. Tenseurs et décompositions associées
 - 2. Statistiques d'ordre supérieur
- III. La méthode 2q-ExSo-MUSIC ($q > 1$)
 - 1. Principe de la méthode
 - 2. Gain de la méthode
 - 3. Limitations de la méthode
- IV. Conclusions et perspectives

Plan du cours

- I. Contexte applicatif et formulation du problème
 - 1. Les épilepsies pharmacorésistantes
 - 2. Méthodes d'observation non invasives
 - 3. Modélisation et localisation de sources
- II. Quelques outils mathématiques
 - 1. Tenseurs et décompositions associées
 - 2. Statistiques d'ordre supérieur
- III. La méthode 2q-ExSo-MUSIC ($q > 1$)
 - 1. Principe de la méthode
 - 2. Gain de la méthode
 - 3. Limitations de la méthode
- IV. Conclusions et perspectives

Qu'est-ce que l'épilepsie ?

- Maladie neurologique caractérisée par la répétition de crises

➡ conséquences socioprofessionnelles importantes

- Fonctionnement anormal, aigu et transitoire de l'**activité électrique du cerveau**

➡ Foyer épileptique

- Trouble neurologique le plus courant : 1% de la population

- Epilepsie **pharmaco-résistantes**

➡ Foyer épileptique

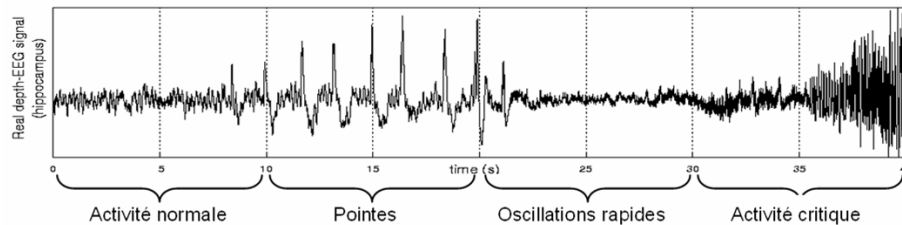


Comment la soigner ?

- **Chirurgie** : résection du foyer épileptique

- **Pré-requis** : localisation du ou des foyers épileptiques

➡ utilisation de mesures intracérébrales de l'activité neuronale (caractère invasif)



➡ coût onéreux du processus occasionnant une liste d'attente considérable (~300 bilans préopératoires seulement par an pour environ 10 000 candidats à la chirurgie)

- **Méthodes non invasives** : l'EEG ou la MEG?

Plan du cours

I. Contexte applicatif et formulation du problème

1. Les épilepsies pharmacorésistantes
2. Méthodes d'observation non invasives
3. Modélisation et localisation de sources

II. Quelques outils mathématiques

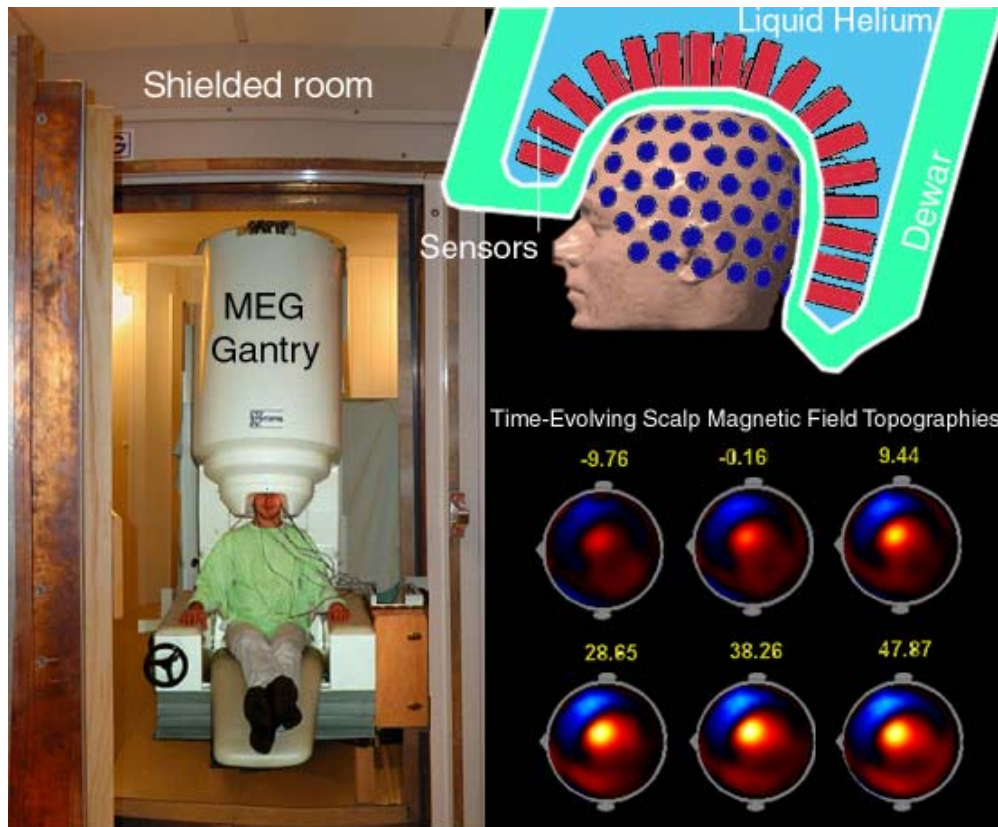
1. Tenseurs et décompositions associées
2. Statistiques d'ordre supérieur

III. La méthode 2q-ExSo-MUSIC ($q > 1$)

1. Principe de la méthode
2. Intérêt de la méthode
3. Limitations de la méthode

IV. Conclusions et perspectives

La magnétoencéphalographie

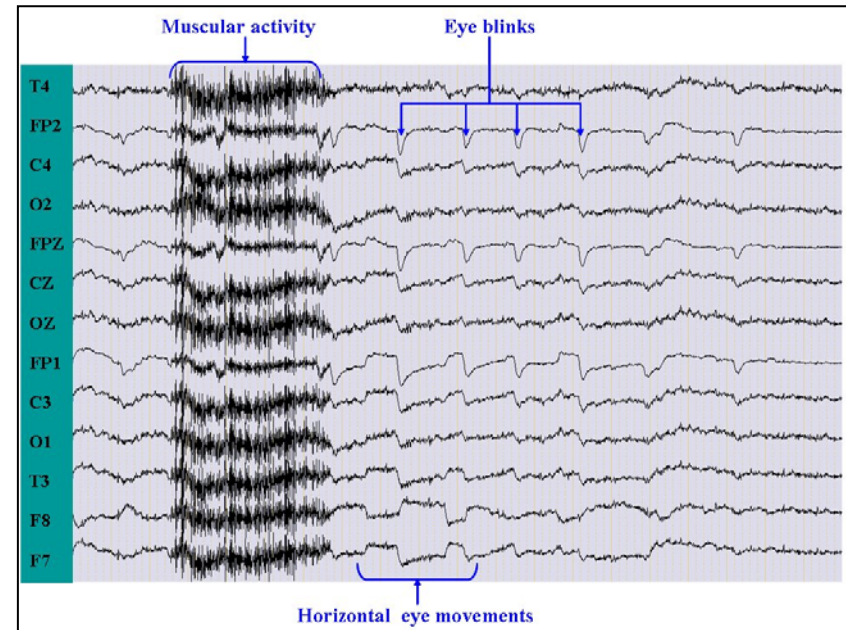


S. Baillet, J. C. Moshier, and R.M. Leahy. Electromagnetic brain mapping.
IEEE Signal Processing Magazine, 18(6):14–30, Nov. 2001. Avec permission.

- Champs magnétique issu de l'activité cérébrale enregistré en 1968 par David Cohen (physicien du MIT, spécialisé dans les blindages magnétiques) ;
- De l'ordre de 100 femtoteslas à la surface de la tête, soit 10 milliards de fois plus faible que le champs magnétique terrestre ;

- Capteurs SQUID (Superconducting QUantum Interference Device, inventé par Jim Zimmerman en 1965) plongés dans un cryostat rempli d'hélium liquide à -269°C ;

L'électroencéphalographie



- Différences de **potentiel électrique** de l'ordre de la dizaine de microvolts ;
- Modalité la plus **rudimentaire** et la plus **ancienne** avec aujourd'hui au plus 256 électrodes ;
- **Premières expériences** menées sur des lapins et singes à même le cortex fin du XIX^{ème};
- Première **étude sur l'homme** en 1920 par Hans Berger (phys. allemand).

Plan du cours

I. Contexte applicatif et formulation du problème

1. Les épilepsies pharmacorésistantes
2. Méthodes d'observation non invasives
3. Modélisation et localisation de sources

II. Quelques outils mathématiques

1. Tenseurs et décompositions associées
2. Statistiques d'ordre supérieur

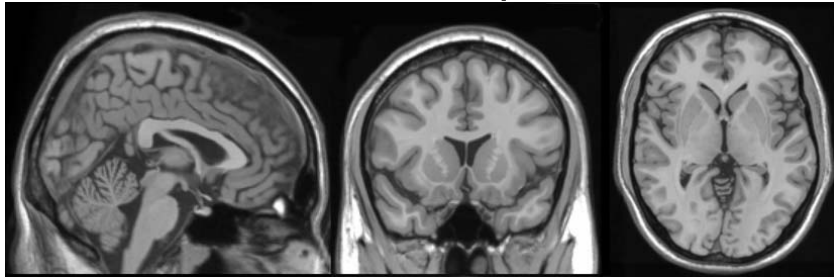
III. La méthode 2q-ExSo-MUSIC ($q > 1$)

1. Principe de la méthode
2. Gain de la méthode
3. Limitations de la méthode

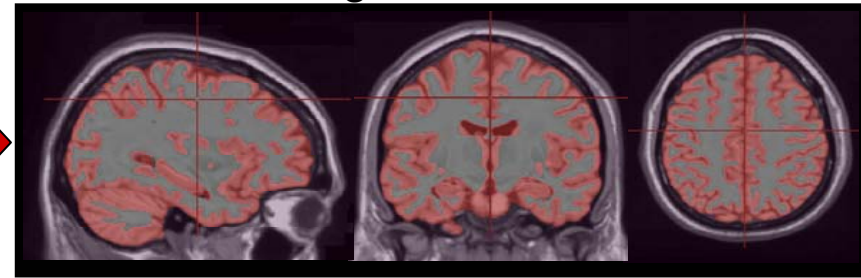
IV. Conclusions et perspectives

Modélisation du milieu : la tête

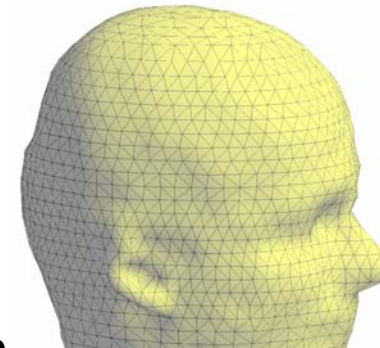
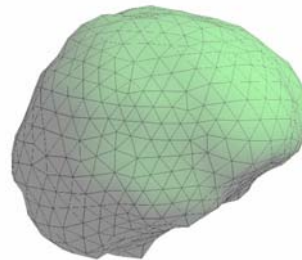
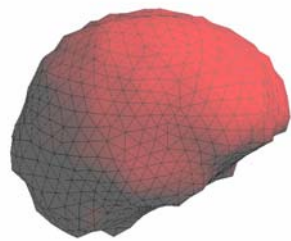
IRM anatomique



Segmentation



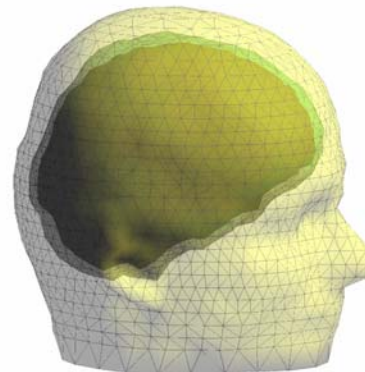
Maillage



Surface corticale

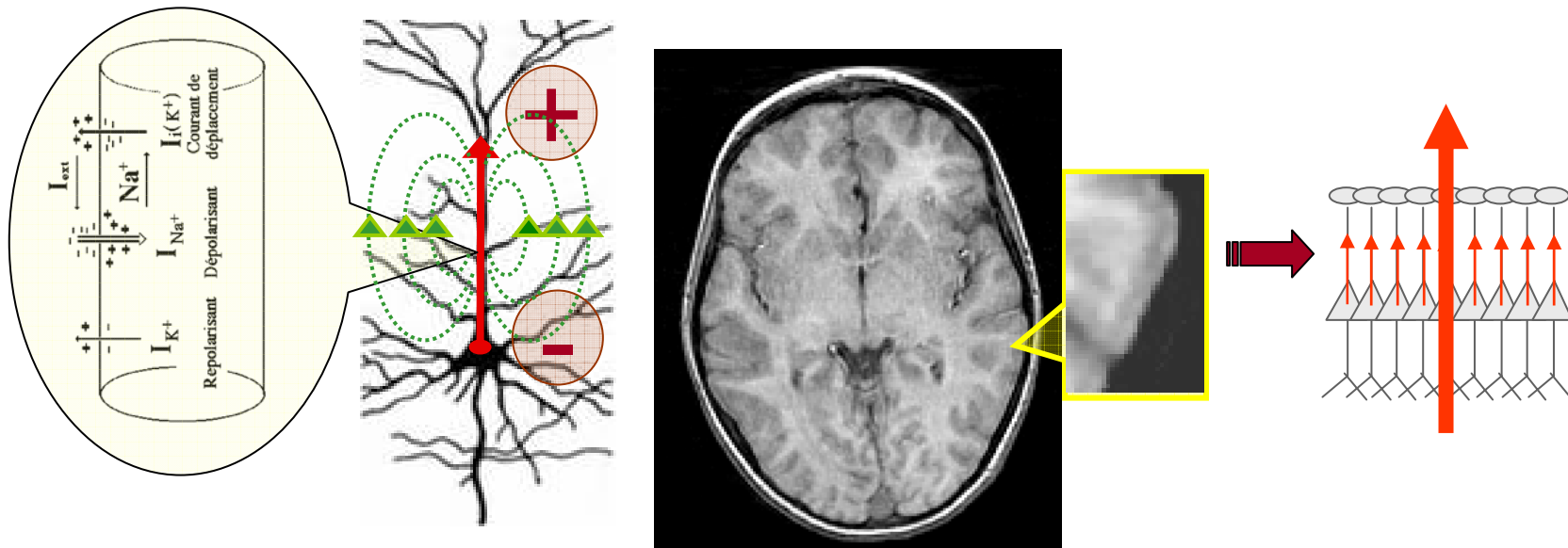
Crâne

Scalp

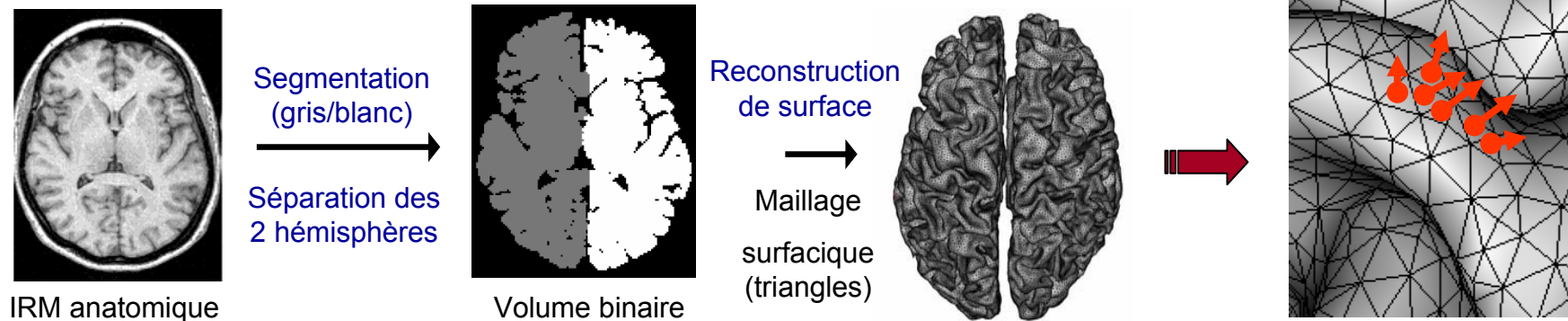


Modèle réaliste du volume conducteur

Modélisation de l'activité cérébrale : sources dipolaires distribuées

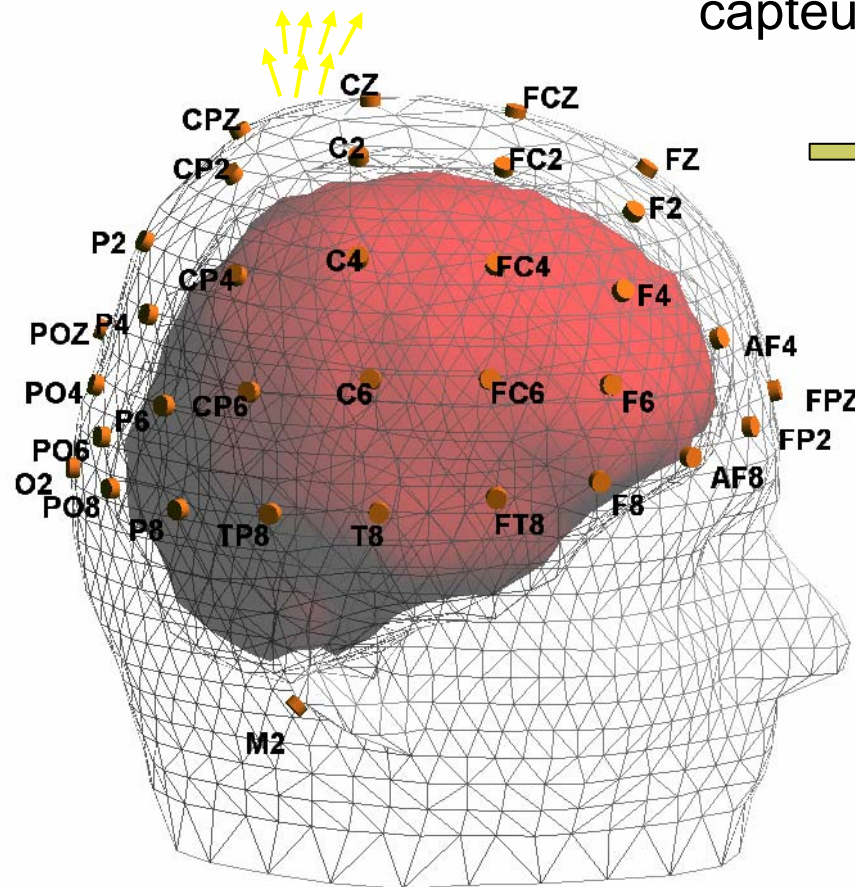


Maillage réaliste de la surface corticale



Modélisation du transfert de l'activité cérébrale vers les électrodes EEG de surface

Calcul du transfert entre un dipôle de courant situé à la surface du cortex et un capteur de scalp



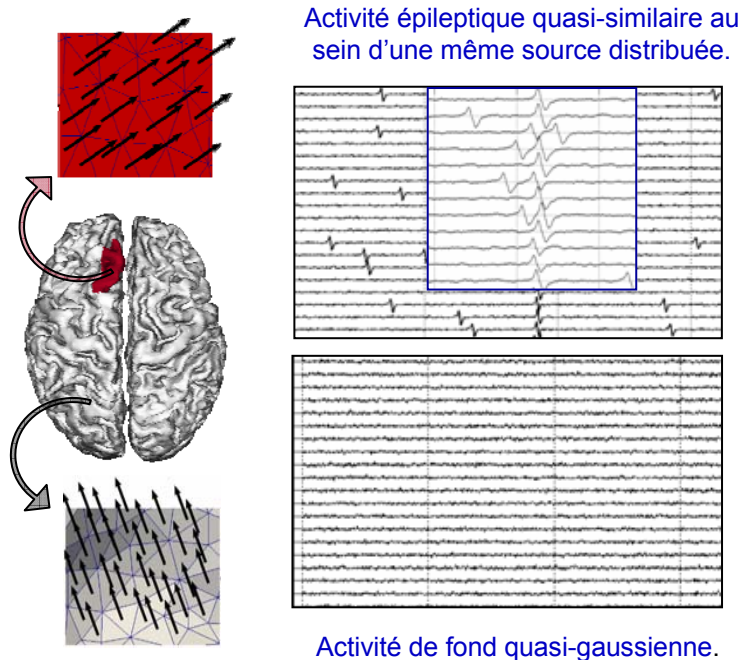
→ Approximation quasi-statique des équations de Maxwell

→ Calcul numérique complexe d'intégrales dans le cas d'un modèle de tête réaliste

→ Obtention du vecteur de transfert $\mathbf{a}(\theta)$ pour chaque position θ

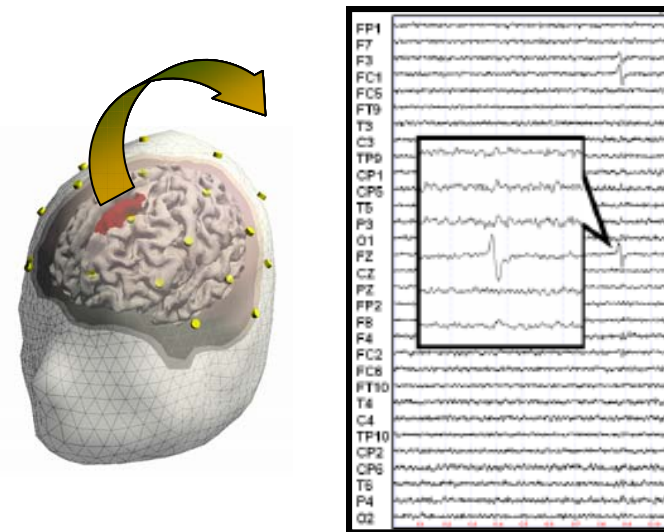
Localisation de générateurs épileptiques

Activité à la surface du cortex



Activité à la surface du scalp

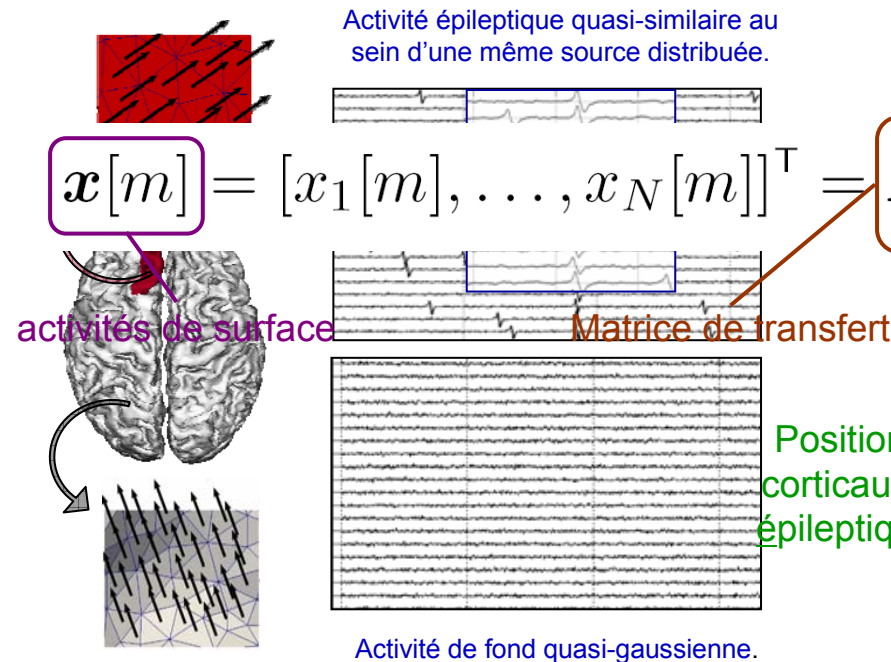
Activité de surface (reflet de l'activité cérébrale + bruit d'instrumentation gaussien).



- **Objectif** : localiser les générateurs cérébraux d'activité électrique pathologique et spatialement distribuée à partir de signaux de scalp ;
- **Difficultés** : problème mal posé, erreurs de modèle, faible SNR, etc.

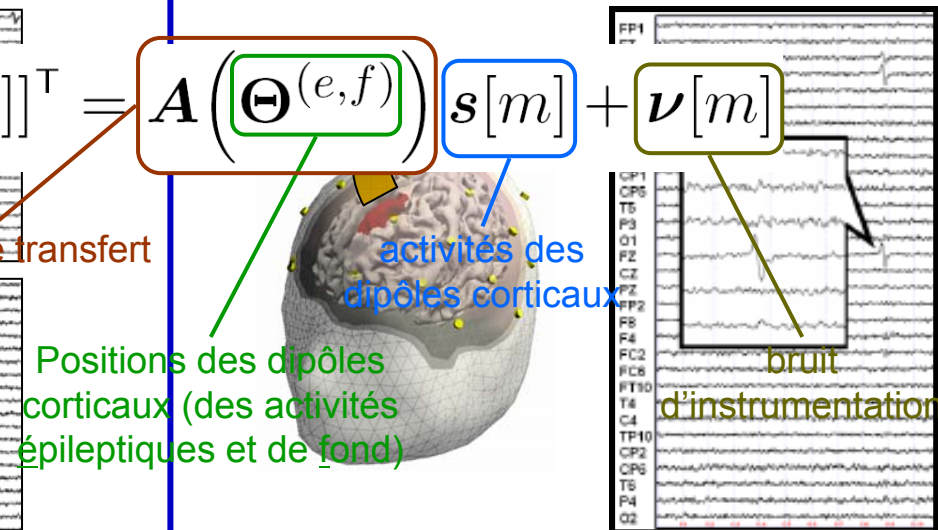
Localisation de générateurs épileptiques

Activité à la surface du cortex



Activité à la surface du scalp

Activité de surface (reflet de l'activité cérébrale + bruit d'instrumentation gaussien).



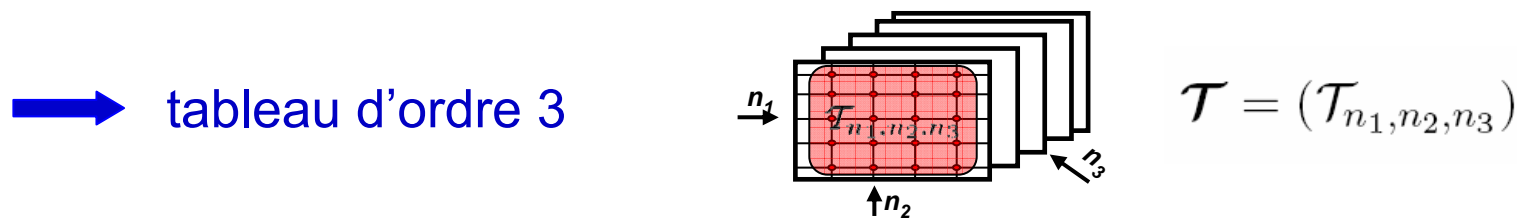
- **Objectif** : localiser les générateurs cérébraux d'activité électrique pathologique et spatialement distribuée à partir de signaux de scalp ;
- **Difficultés** : problème mal posé, erreurs de modèle, faible SNR, etc.

Plan du cours

- I. Contexte applicatif et formulation du problème
 - 1. Les épilepsies pharmacorésistantes
 - 2. Méthodes d'observation non invasives
 - 3. Modélisation et localisation de sources
- II. Quelques outils mathématiques
 - 1. Tenseurs et décompositions associées
 - 2. Statistiques d'ordre supérieur
- III. La méthode 2q-ExSo-MUSIC ($q > 1$)
 - 1. Principe de la méthode
 - 2. Gain de la méthode
 - 3. Limitations de la méthode
- IV. Conclusions et perspectives

Tableaux d'ordre supérieur

- **Notation** en gras minuscule des vecteurs, en gras majuscule des matrices et en gras calligraphique des tableaux à plus de deux indices.
- **Définition** d'un tableau d'ordre q : tableau à q entrées.



- **Représentation** d'une application multi-linéaire (tenseur) par un tableau d'ordre supérieur à deux pour un choix de bases données.

- **Notation compacte** : $\mathcal{T} = (\mathbf{A}^{(1)}, \dots, \mathbf{A}^{(q)}) \cdot \mathcal{S}$

$$\text{pour } \mathcal{T}_{n_1, \dots, n_q} = \sum_{r_1=1}^{R_1} \dots \sum_{r_q=1}^{R_q} \mathcal{S}_{r_1, \dots, r_q} \mathbf{A}_{n_1, r_1}^{(1)} \dots \mathbf{A}_{n_q, r_q}^{(q)}$$

Dépliements matriciels (1/2)

- $\text{mat}_1(\mathcal{T})$: dépliement matriciel d'un tableau **carré**⁽¹⁾ (tableau dont les dimensions sont identiques) d'ordre supérieur.

➡ tableau d'ordre 4 de dimensions $(N \times N \times N \times N)$

$$(\text{mat}_1(\mathcal{T}))_{i,j} = \mathcal{T}_{n_1, n_2, n_3, n_4}$$

avec : $i = (n_1 - 1)N + n_4$ et : $j = (n_3 - 1)N + n_2$

➡ tableau d'ordre 6 de dimensions $(N \times N \times N \times N \times N \times N)$

$$(\text{mat}_1(\mathcal{T}))_{i,j} = \mathcal{T}_{n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6}$$

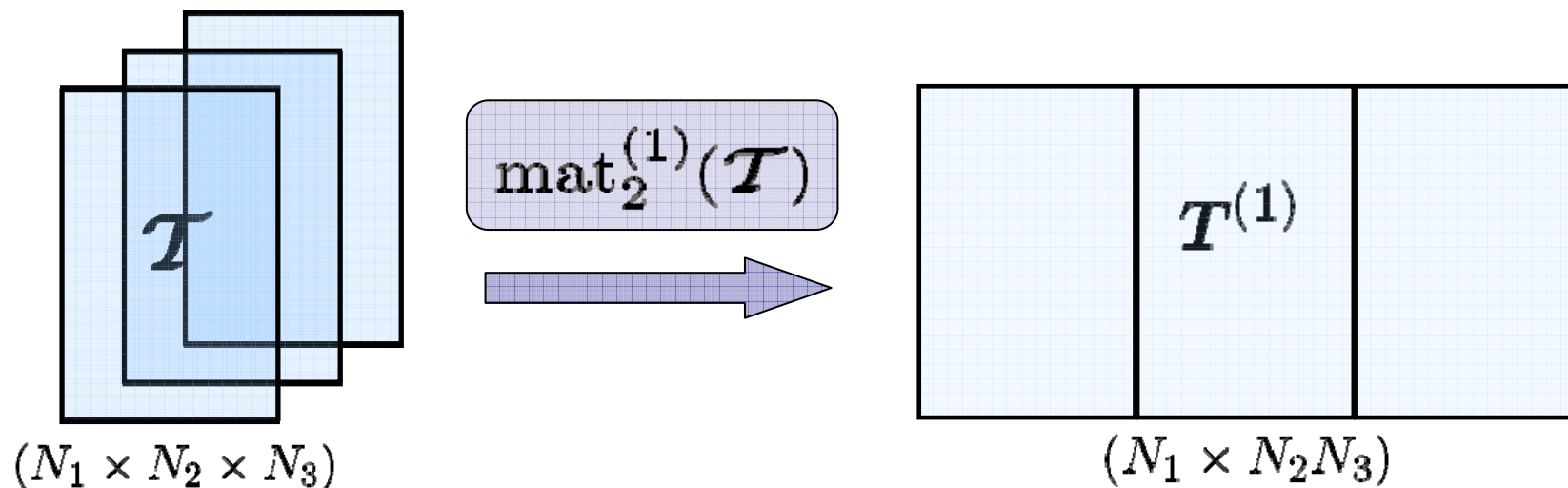
avec :
 $i = (n_1 - 1)N^2 + (n_2 - 1)N + n_6$
 $j = (n_4 - 1)N^2 + (n_5 - 1)N + n_3$

⁽¹⁾ L'adjectif **cubique** est également employé.

Dépliants matriciels (2/2)

- $\text{mat}_2^{(i)}(\mathcal{T})$: dépliement matriciel d'un tableau d'ordre supérieur dont les dimensions sont quelconques.

➡ tableau d'ordre 3 de dimensions $(N_1 \times N_2 \times N_3)$



- $\text{vec}(\mathcal{T})$: dépliement vectoriel d'un tableau d'ordre supérieur dont les dimensions sont quelconques.

Produits matriciels

- **Produit de Kronecker** $G \otimes H$ entre deux matrices rectangulaires de tailles respectives $(N_G \times P_G)$ et $(N_H \times P_H)$:

$$G \otimes H = \begin{bmatrix} G_{1,1}H & G_{1,2}H & \cdots & G_{1,P_G}H \\ G_{2,1}H & G_{2,2}H & \cdots & G_{2,P_G}H \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{N_G,1}H & G_{N_G,2}H & \cdots & G_{N_G,P_G}H \end{bmatrix}$$

- **Produit de Khatri-Rao** $G \odot H$ entre deux matrices rectangulaires de tailles respectives $(N_G \times P)$ et $(N_H \times P)$:

$$G \odot H = [g_1 \otimes h_1, g_2 \otimes h_2, \cdots, g_P \otimes h_P]$$

où g_j et h_j représentent respectivement la j -ième colonne de G et H .

Extension de la SVD aux ordres supérieurs

Deux manières au moins d'étendre la Décomposition en Valeurs Singulières (SVD) de matrices $T = (A^{(1)}, A^{(2)}) \cdot S$ au cas de tableaux d'ordre supérieur ou égal à 3 :

$$\mathcal{T} = (A^{(1)}, \dots, A^{(q)}) \cdot \mathcal{S}$$

- **en conservant l'orthogonalité** des matrices $A^{(i)}$ de facteurs et l'orthogonalité entre les tableaux d'ordre $q - 1$ extraits du tableau cœur $\mathcal{S}$

➡ décomposition de Tucker3 orthogonale, HOSVD (Higher Order SVD)

- **en conservant la diagonalité** du tableau cœur $\mathcal{S}$

➡ décomposition canonique

Rang et décomposition canonique

- **Tableau de rang 1** : tableau $\mathcal{T}$ de la forme $\mathcal{T} = (\mathbf{a}^{(1)}, \dots, \mathbf{a}^{(q)}) \cdot s$ où $\mathbf{a}^{(i)}$ est un vecteur colonne et s un scalaire.
- **Décomposition canonique** d'un tableau $\mathcal{T}$ d'ordre supérieur : somme de R tableaux de rang 1 décrivant exactement le tableau $\mathcal{T}$ où R est le plus petit possible.

$$\mathcal{T} = (\mathbf{A}^{(1)}, \dots, \mathbf{A}^{(q)}) \cdot \mathcal{S} = \sum_{r=1}^R (\mathbf{a}_r^{(1)}, \dots, \mathbf{a}_r^{(q)}) \cdot \mathcal{S}_{p, \dots, p}$$

- **Rang** d'un tableau $\mathcal{T}$ d'ordre supérieur : le nombre R de tableaux de rang 1 dans la décomposition canonique de $\mathcal{T}$.
 - ➡ il peut être strictement supérieur à la plus petite dimension
 - ➡ sauf cas particuliers, pas d'algorithme direct de calcul de rang
 - ➡ pour un tableau à valeurs réelles, il peut être différent selon que l'on travaille sur $\mathbb{R}$ ou sur $\mathbb{C}$

Décomposition canonique et unicité (1/2)

- **Matrice triviale** : matrice de la forme $D \Pi$ où D est une matrice diagonale et Π une matrice de permutation.

- **Unicité essentielle** de la décomposition canonique : unicité à des matrices triviales près dites **indéterminations triviales**

$$(A^{(1)}, \dots, A^{(q)}) \cdot \mathcal{S} = (A^{(1)} D^{(1)} \Pi, \dots, A^{(q)} D^{(q)} \Pi) \cdot \mathcal{S}$$

où Π est une matrice de permutation et $D^{(i)}$ une matrice diagonale telle que

$$\prod_{i=1}^q D^{(i)} = \mathbf{I}_R$$

Décomposition canonique et unicité (2/2)

- **Rang de Kruskal** d'une matrice $\mathbf{A}$, noté $\text{rk}_K(\mathbf{A})$: le plus grand entier naturel ℓ tel que toute famille de ℓ vecteurs colonnes de la matrice $\mathbf{A}$ est libre.

→ Soit une matrice $\mathbf{A}$ de taille (2×3) définie par $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$,
son rang de Kruskal vaut alors 1.

- **Condition d'unicité essentielle** de la décomposition canonique $\mathcal{T} = (\mathbf{A}^{(1)}, \dots, \mathbf{A}^{(q)}) \cdot \mathcal{S}$ d'un tableau $\mathcal{T}$ d'ordre q :

$$2R + q - 1 \leq \sum_{i=1}^q \text{rk}_K(\mathbf{A}^{(i)})$$

Plan du cours

- I. Contexte applicatif et formulation du problème
 - 1. Les épilepsies pharmacorésistantes
 - 2. Méthodes d'observation non invasives
 - 3. Modélisation et localisation de sources
- II. Quelques outils mathématiques
 - 1. Tenseurs et décompositions associées
 - 2. Statistiques d'ordre supérieur
- III. La méthode 2q-ExSo-MUSIC ($q > 1$)
 - 1. Principe de la méthode
 - 2. Gain de la méthode
 - 3. Limitations de la méthode
- IV. Conclusions et perspectives

Tableaux cumulant d'ordre q (1/3)

- Soit Ψ_x la **fonction caractéristique** de seconde espèce d'un vecteur aléatoire x à valeurs dans $\mathbb{R}^N$ définie par $\Psi_x(u) = \ln(\mathbb{E}[e^{i u^T x}])$.

- Soit $\mathcal{C}_{q,x} = (\mathcal{C}_{n_1, \dots, n_q, x})$ le **tableau cumulant d'ordre q ($q \geq 1$)** de x défini par :

$$\mathcal{C}_{n_1, \dots, n_q, x} = (-i)^q \frac{\partial^q \Psi_x(u)}{\partial u_{n_1} \dots \partial u_{n_q}} \Big|_{u=0}$$

- **Extension** au cas d'un vecteur aléatoire x à valeurs dans $\mathbb{C}^N$: considérer la fonction définie de $\mathbb{C}^N \times \mathbb{C}^N$ dans $\mathbb{C}$ par $\Psi_{x,x^*}(u, u^*) = \ln(\mathbb{E}[e^{i \Re(u^H x)}])$.

- Soit $\mathcal{C}_{r,x}^{q-r} = (\mathcal{C}_{n_1, \dots, n_r, x}^{n_{r+1}, \dots, n_q})$ le **tableau cumulant d'ordre q ($q \geq 1$)** de x défini par :

$$\mathcal{C}_{n_1, \dots, n_r, x}^{n_{r+1}, \dots, n_q} = (-2i)^q \frac{\partial^q \Psi_{x,x^*}(u, u^*)}{\partial u_{n_1}^* \dots \partial u_{n_r}^* \partial u_{n_{r+1}} \dots \partial u_{n_q}} \Big|_{(u, u^*)=(0,0)}$$

Tableaux cumulant d'ordre q (2/3)

- **Relation** entre cumulants d'ordre q et moments d'ordre inférieur ou égal à q : **formule de Leonov-Shirayev**

➡ Tableaux cumulant d'ordre 2, 3 et 4 d'un vecteur aléatoire centré à valeurs dans $\mathbb{C}^N$:

$$\mathcal{C}_{1,\mathbf{x}}^1 = (\mathcal{C}_{n_1,\mathbf{x}}^{n_2}) \quad \text{donné par :} \quad \mathcal{C}_{n_1,\mathbf{x}}^{n_2} = \mathbb{E}[x_{n_1} x_{n_2}^*]$$

$$\mathcal{C}_{2,\mathbf{x}}^1 = (\mathcal{C}_{n_1,n_2,\mathbf{x}}^{n_3}) \quad \text{donné par :} \quad \mathcal{C}_{n_1,n_2,\mathbf{x}}^{n_3} = \mathbb{E}[x_{n_1} x_{n_2} x_{n_3}^*]$$

$$\mathcal{C}_{2,\mathbf{x}}^2 = (\mathcal{C}_{n_1,n_2,\mathbf{x}}^{n_3,n_4}) \quad \text{donné par :}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{n_1,n_2,\mathbf{x}}^{n_3,n_4} = & \mathbb{E}[x_{n_1} x_{n_2} x_{n_3}^* x_{n_4}^*] - \mathbb{E}[x_{n_1} x_{n_2}] \mathbb{E}[x_{n_3}^* x_{n_4}^*] \\ & - \mathbb{E}[x_{n_1} x_{n_3}^*] \mathbb{E}[x_{n_2} x_{n_4}^*] - \mathbb{E}[x_{n_1} x_{n_4}^*] \mathbb{E}[x_{n_2} x_{n_3}^*] \end{aligned}$$

Tableaux cumulant d'ordre q (3/3)

- Quelques propriétés...

- ➔ **Caractère hermitien** du tableau cumulant d'un vecteur aléatoire complexe ;
- ➔ **Indépendance** : soit $\mathbf{s}$ un vecteur aléatoire dont les composantes sont mutuellement indépendantes, alors $\mathcal{C}_{r,\mathbf{s}}^{q-r}$ est diagonal ;
- ➔ **Additivité** : soient $\mathbf{y}$ et $\mathbf{v}$ deux vecteurs aléatoires indépendants, alors $\mathcal{C}_{r,\mathbf{y}+\mathbf{v}}^{q-r} = \mathcal{C}_{r,\mathbf{y}}^{q-r} + \mathcal{C}_{r,\mathbf{v}}^{q-r}$;
- ➔ **Gaussianité** : soit $\mathbf{v}$ un vecteur gaussien, alors $\mathcal{C}_{r,\mathbf{v}}^{q-r} = \mathbf{0}$;
- ➔ **Multi-linéarité** : soit $\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s}$, on a alors

$$\mathcal{C}_{r,\mathbf{x}}^{q-r} = \underbrace{(\mathbf{A}, \dots, \mathbf{A})}_{r \text{ matrices}} \underbrace{(\mathbf{A}^*, \dots, \mathbf{A}^*)}_{q-r \text{ matrices}} \cdot \mathcal{C}_{r,\mathbf{s}}^{q-r}$$

Plan du cours

- I. Contexte applicatif et formulation du problème
 - 1. Les épilepsies pharmacorésistantes
 - 2. Méthodes d'observation non invasives
 - 3. Modélisation et localisation de sources
- II. Quelques outils mathématiques
 - 1. Tenseurs et décompositions associées
 - 2. Statistiques d'ordre supérieur
- III. La méthode 2q-ExSo-MUSIC ($q > 1$)
 - 1. Principe de la méthode
 - 2. Gain de la méthode
 - 3. Limitations de la méthode
- IV. Conclusions et perspectives

Localisation de générateurs épileptiques (1/6)

- **Différents types d'activités** corticales (épileptiques ou de fond) :

$$\mathbf{x}[m] = \mathbf{A}(\boldsymbol{\Theta}^{(e)}) \mathbf{s}^{(e)}[m] + \mathbf{A}(\boldsymbol{\Theta}^{(f)}) \mathbf{s}^{(f)}[m] + \boldsymbol{\nu}[m]$$

- **Quasi-similarité** des activités épileptiques au sein d'une source distribuée :

$$\mathbf{s}^{(e)}[m] \approx \left[[1, \dots, 1]^\top \bar{\mathbf{s}}_1^{(e)}[m], \dots, [1, \dots, 1]^\top \bar{\mathbf{s}}_P^{(e)}[m] \right]^\top$$

➡ « **Compression** » du vecteur de sources épileptiques :

$$\mathbf{x}[m] \approx \bar{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\Theta}^{(e)}) \bar{\mathbf{s}}^{(e)}[m] + \mathbf{A}(\boldsymbol{\Theta}^{(f)}) \mathbf{s}^{(f)}[m] + \boldsymbol{\nu}[m]$$

- **Localisation** par décomposition de Tucker3 contrainte (non orthogonale) :

$$\mathcal{C}_{q,x} \approx (\bar{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\Theta}^{(e)}), \dots, \bar{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\Theta}^{(e)})) \cdot \mathcal{C}_{q,\bar{\mathbf{s}}^{(e)}} +$$

$$(\mathbf{A}(\boldsymbol{\Theta}^{(f)}), \dots, \mathbf{A}(\boldsymbol{\Theta}^{(f)})) \cdot \cancel{\mathcal{C}_{q,\mathbf{s}^{(f)}}} + \cancel{\mathcal{C}_{q,\boldsymbol{\nu}}}$$

Localisation de générateurs épileptiques (2/6)

Illustration de l'approche avec le tableau cumulant $\mathcal{C}_{q,x}$ d'ordre 4

- **Dépliage matriciel** du tableau cumulant avec $\Lambda_s = \text{mat}_1(\mathcal{C}_{4,s})$:

$$\begin{aligned} T &= \text{mat}_1(\mathcal{C}_{4,x}) \\ &\approx (\overline{A}(\Theta^{(e)}) \otimes \overline{A}(\Theta^{(e)})) \Lambda_s (\overline{A}(\Theta^{(e)}) \otimes \overline{A}(\Theta^{(e)}))^T \end{aligned}$$

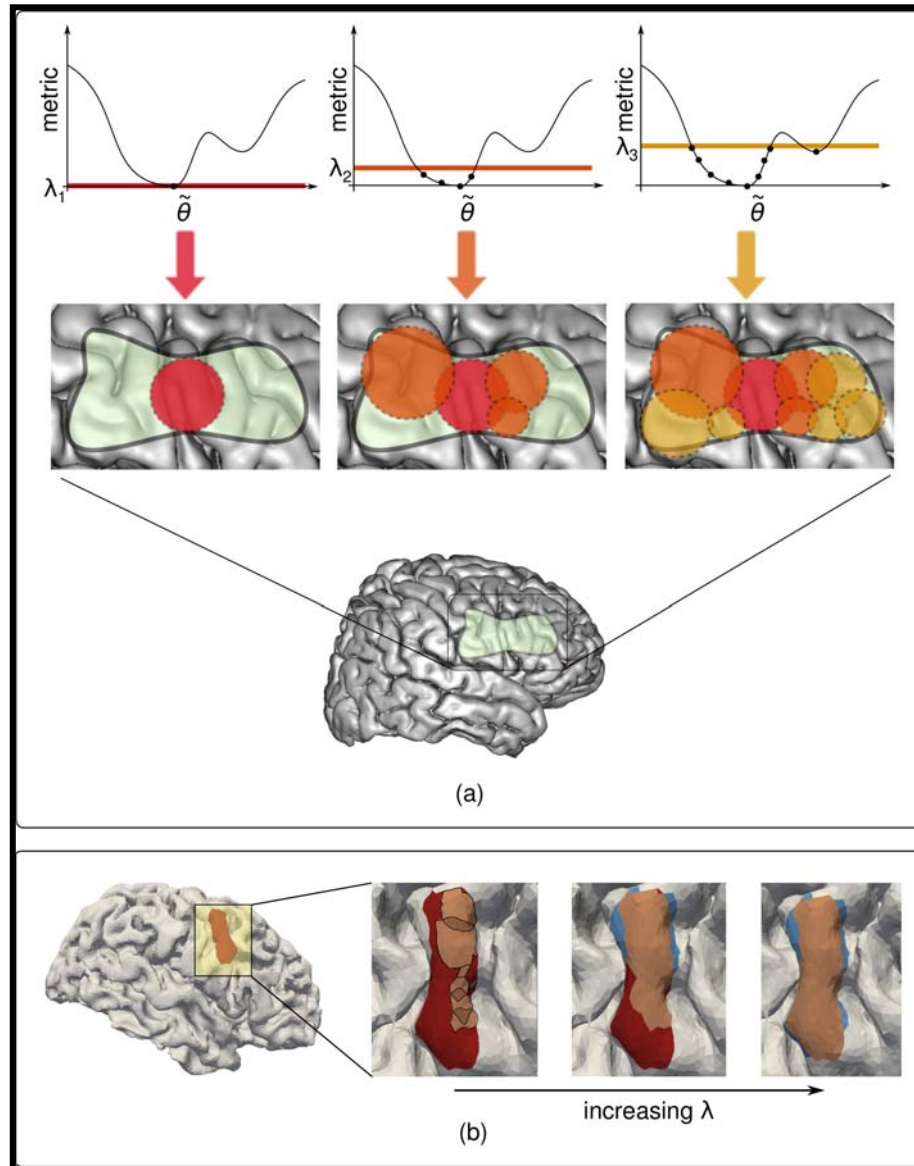
- Calcul de la matrice E_s des **vecteurs propres** associés aux **valeurs propres non nulles** de T :

$$T = E_s \Lambda_s E_s^T$$

- Calcul d'une **métrique** de type 4-MUSIC :

$$\begin{aligned} \Psi(\overline{a}(\Theta) \otimes \overline{a}(\Theta), E_s) = \\ (\overline{a}(\Theta) \otimes \overline{a}(\Theta))^T E_s (E_s^T E_s)^{-1} E_s^T (\overline{a}(\Theta) \otimes \overline{a}(\Theta)) \end{aligned}$$

La méthode 2q-ExSo-MUSIC ($q \geq 2$)



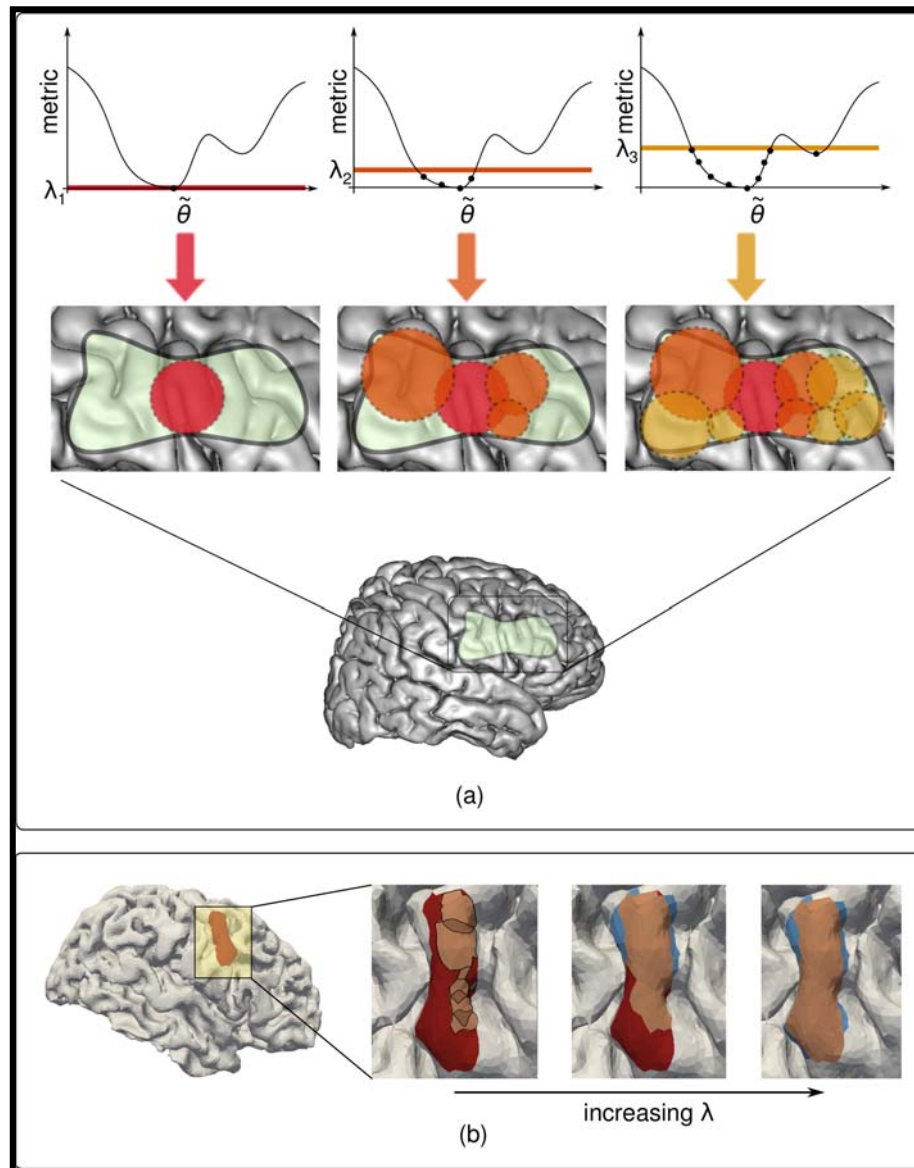
- Calculer la métrique Ψ pour tous les vecteurs $\bar{a}(\Theta) \otimes \bar{a}(\Theta)$ susceptibles d'être solution où :

$$\bar{a}(\Theta) = \sum_{\theta \in \Theta} a(\theta)$$

et où Θ désigne un sous-ensemble de $\Theta^{(e,f)}$ contenant les positions de dipôles contigus.

- Identifier les P maxima globaux de Ψ .

La méthode 2q-ExSo-MUSIC ($q \geq 2$)



- **Calculer la métrique Ψ** pour tous les vecteurs $\bar{a}(\Theta) \otimes \bar{a}(\Theta)$ susceptibles d'être solution où :

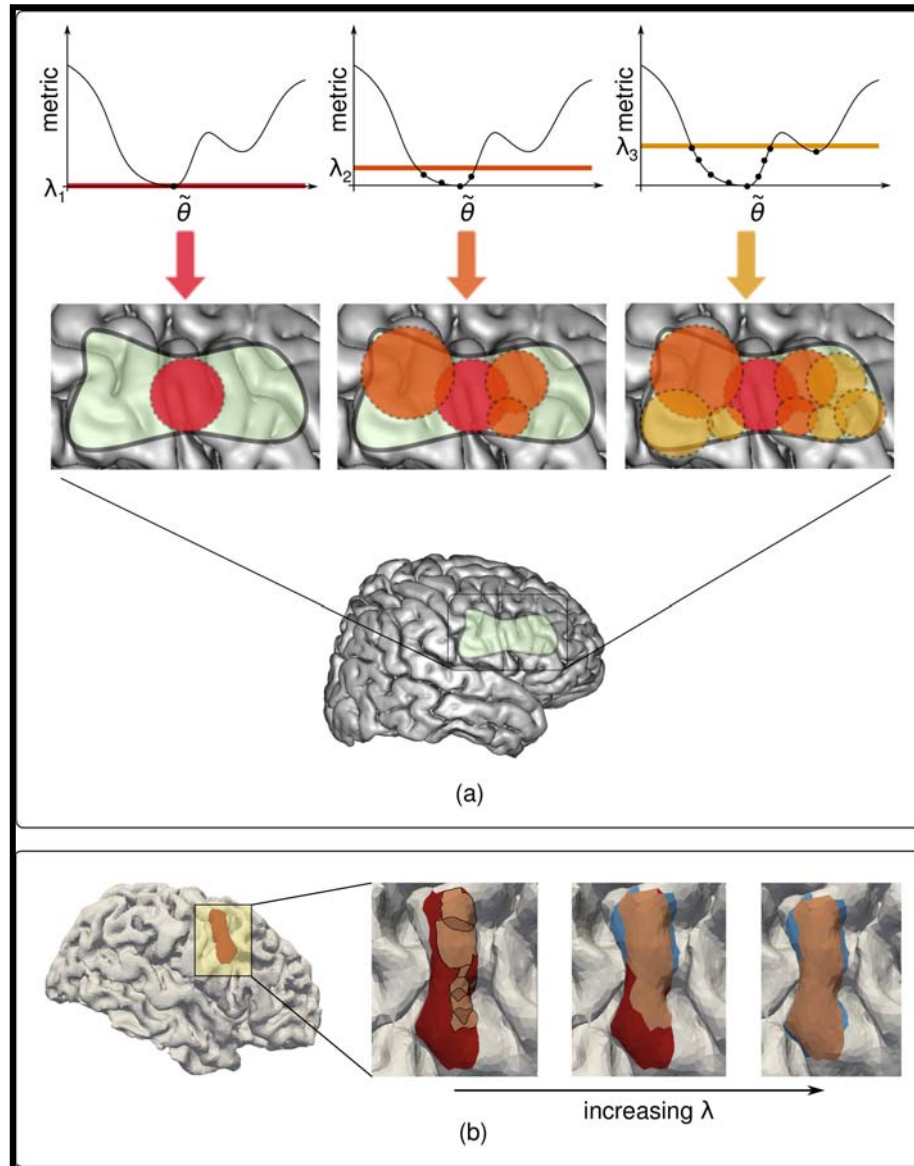
$$\bar{a}(\Theta) = \sum_{\theta \in \Theta} c(\theta)$$

et où Θ désigne un sous-ensemble de $\Theta^{(e,f)}$ contenant les positions de dipôles contigus.

- **Identifier les P maxima globaux de Ψ .**

- **Solution trop chère** en coût de calcul : beaucoup trop de vecteurs $\bar{a}(\Theta) \otimes \bar{a}(\Theta)$ candidats.

La méthode 2q-ExSo-MUSIC ($q \geq 2$)



- **Calculer la métrique Ψ** pour les vecteurs $\bar{a}(\Theta) \otimes \bar{a}(\Theta)$ tels que :

$$\bar{a}(\Theta) = \sum_{\theta \in \Theta} a(\theta)$$

où Θ rassemble les positions d'un amas de dipôles de forme quasi-circulaire.

- **Seuiller la métrique obtenue.**

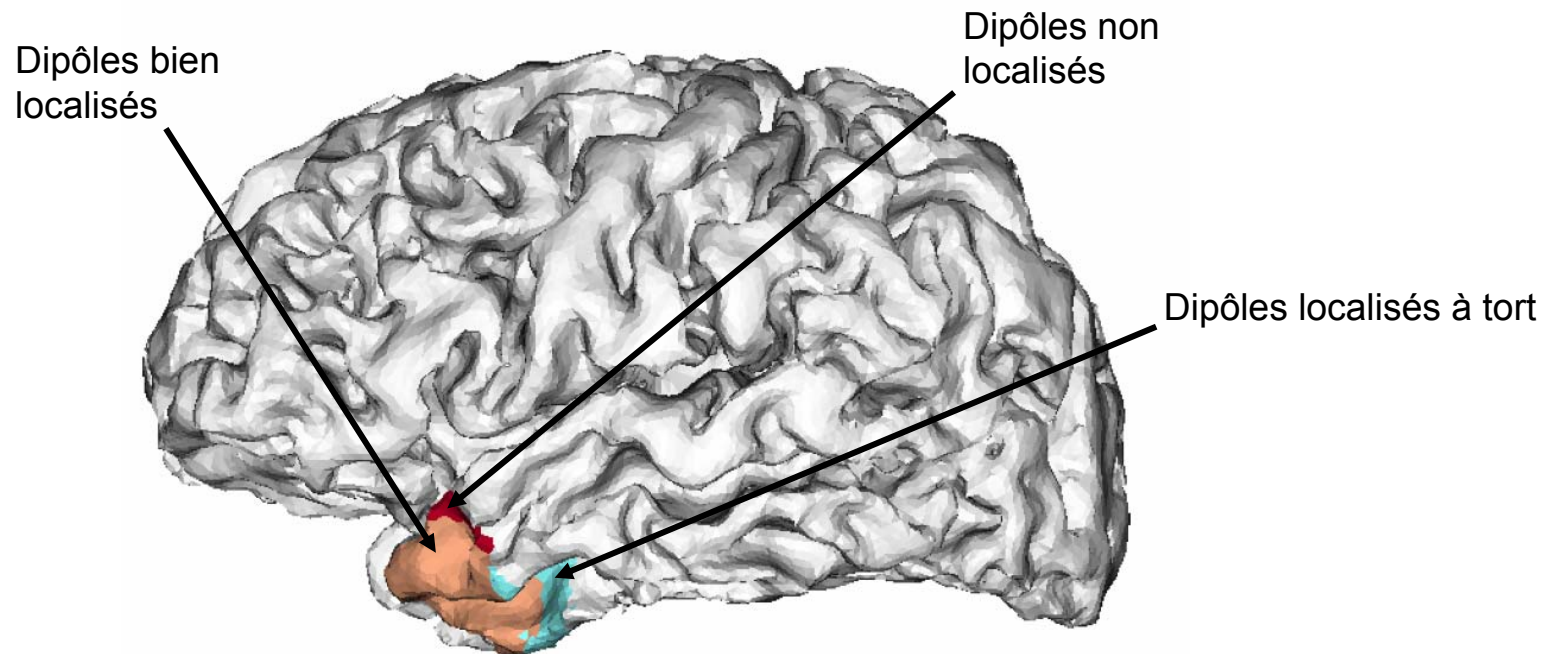
$$\bar{a}(\Theta) \otimes \bar{a}(\Theta)$$

Plan du cours

- I. Contexte applicatif et formulation du problème
 - 1. Les épilepsies pharmacorésistantes
 - 2. Méthodes d'observation non invasives
 - 3. Modélisation et localisation de sources
- II. Quelques outils mathématiques
 - 1. Tenseurs et décompositions associées
 - 2. Statistiques d'ordre supérieur
- III. La méthode $2q$ -ExSo-MUSIC ($q>1$)
 - 1. Principe de la méthode
 - 2. Gain de la méthode
 - 3. Limitations de la méthode
- IV. Conclusions et perspectives

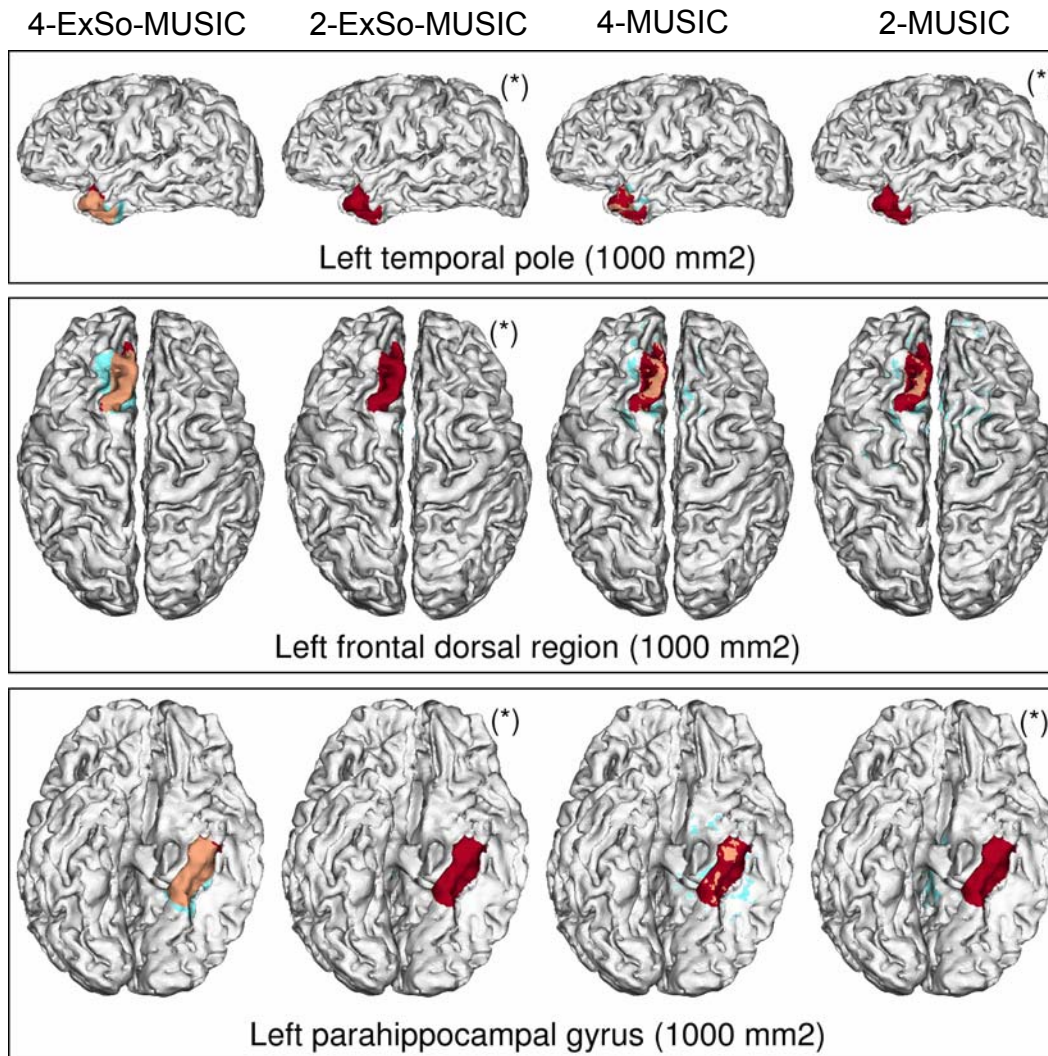
Localisation de générateurs épileptiques (4/6)

Décomposition de Tucker3 contrainte d'un tableau cumulant d'ordre 4



Pôle temporal gauche : 10 cm²

Localisation de générateurs épileptiques (5/6)



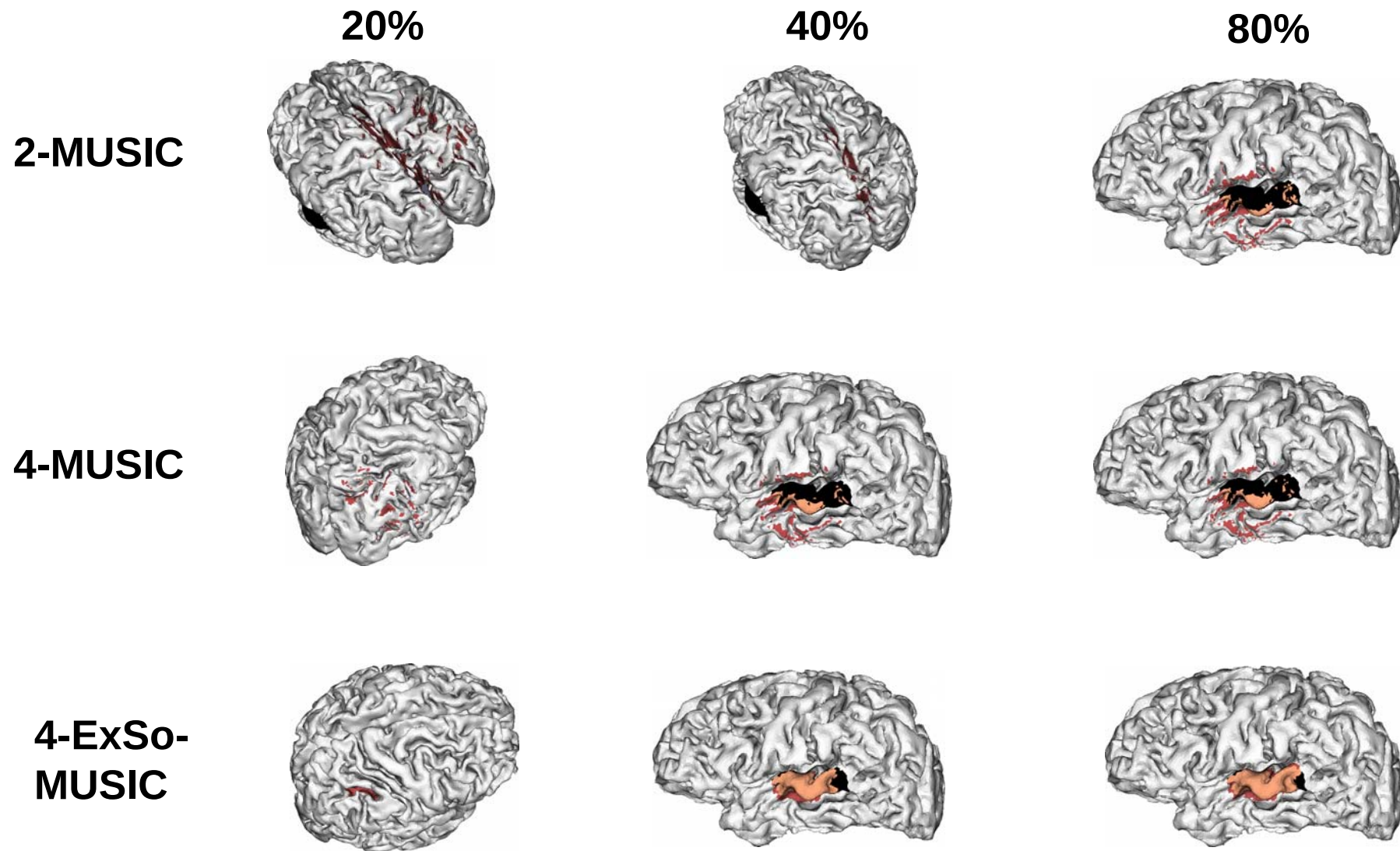
 Dipôles bien localisés

 Dipôles non localisés

 Dipôles localisés à tort

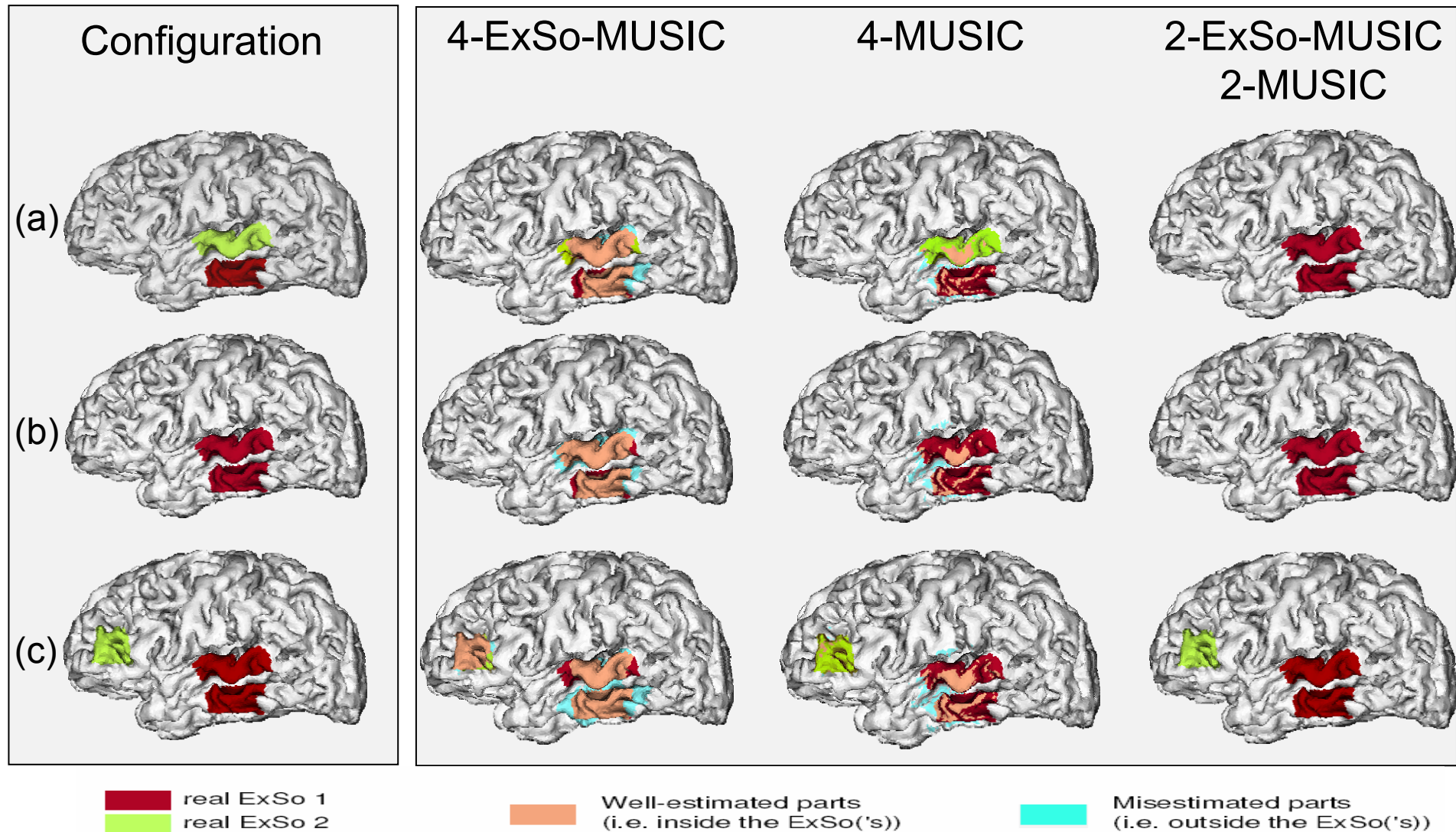
(*) Dipôles localisés
dans le gyrus cingulaire

Localisation de générateurs épileptiques (6/6)

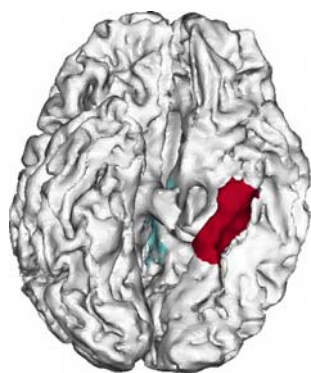
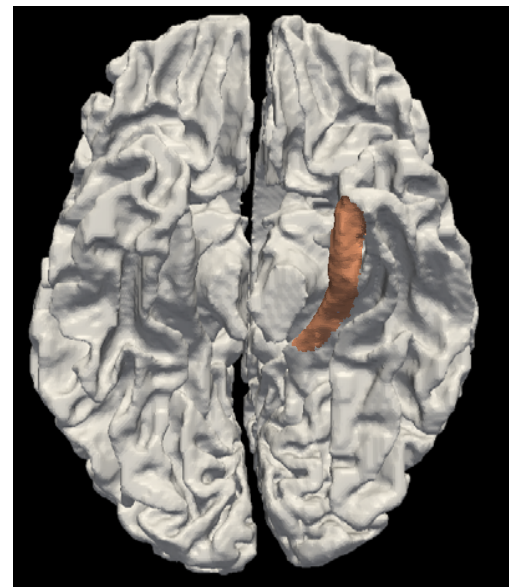
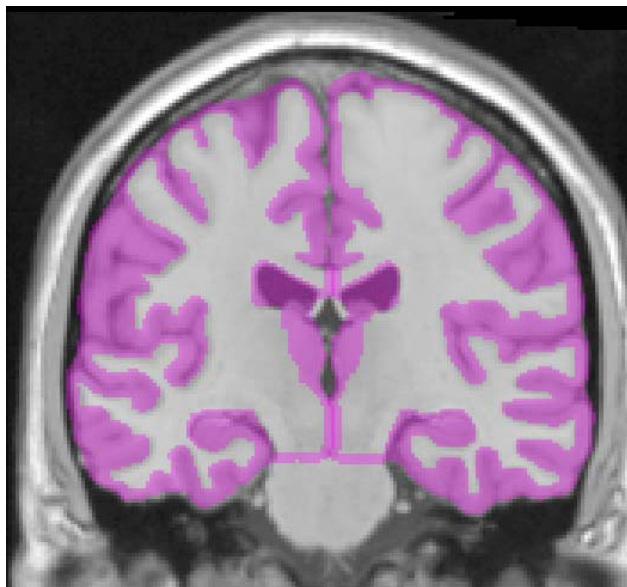


Gyrus temporal surface gauche : 10 cm²

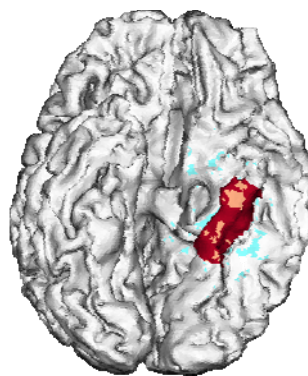
Localisation d'une ou deux sources distribuées



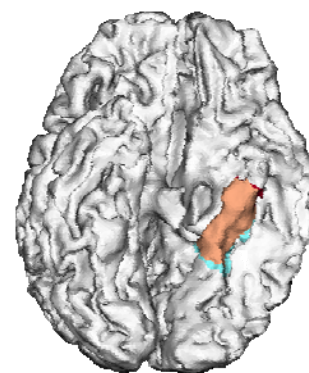
Localisation de structures plus internes



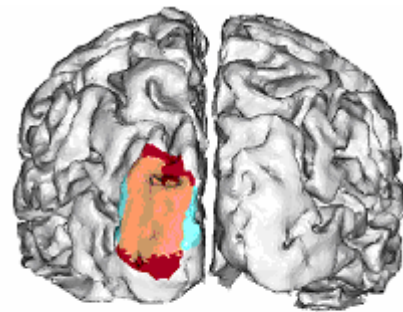
2-MUSIC



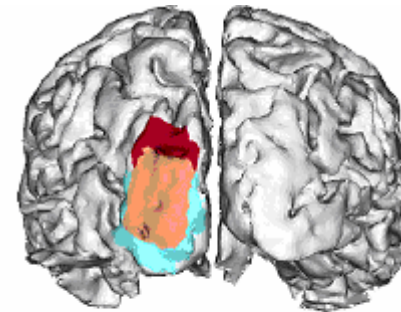
4-MUSIC



4-EXSO-MUSIC



40s (comprising 3 spikes)



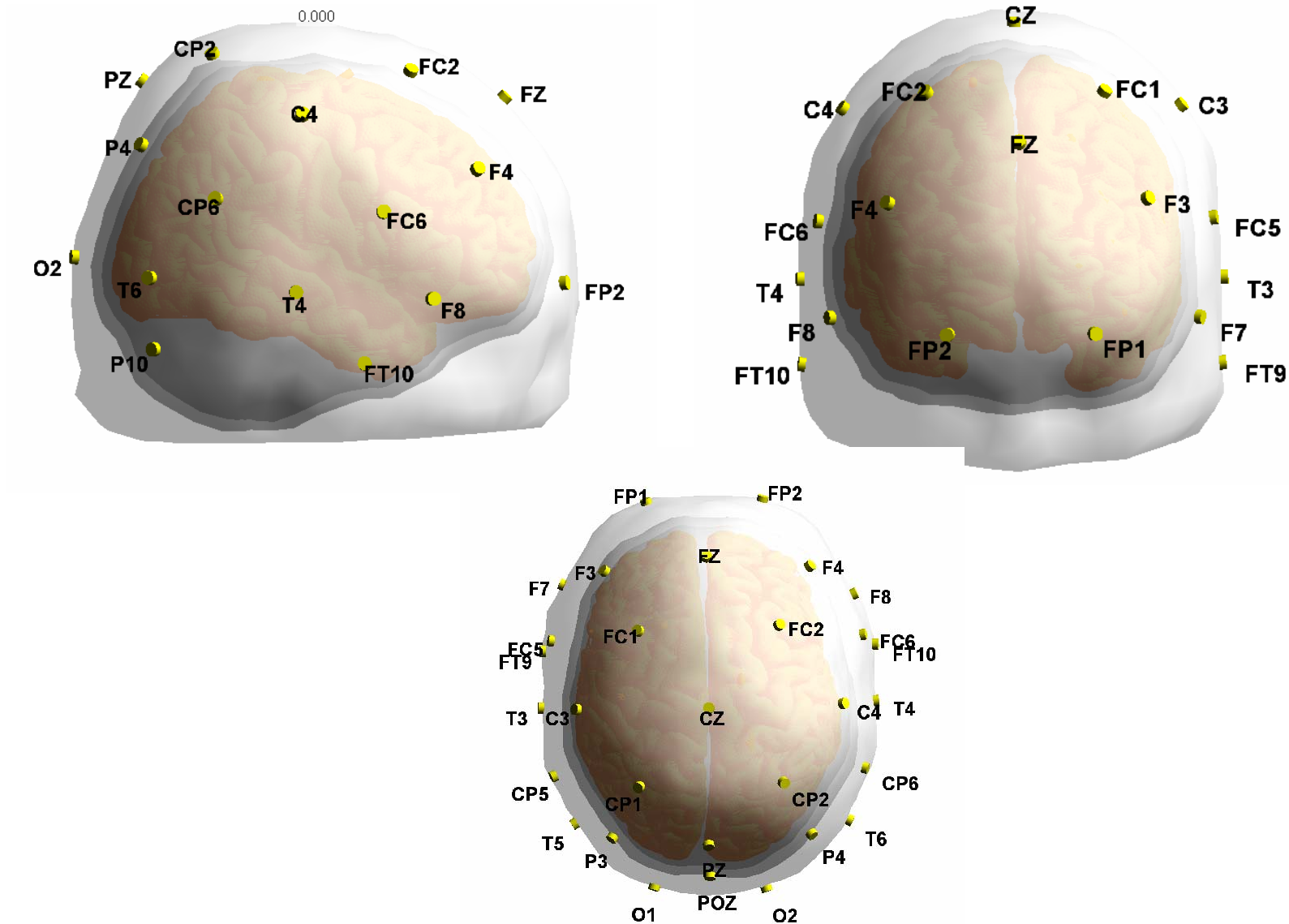
~2s (comprising one spike)

- Résultats obtenus par 4-ExSo-MUSIC à gauche pour un EEG de 40 secondes (10240 échantillons) et à droite pour un EEG de 1.95 seconde (500 échantillons).
- Précision de localisation supérieure à celle des approches classiques de type MUSIC même pour 500 échantillons.

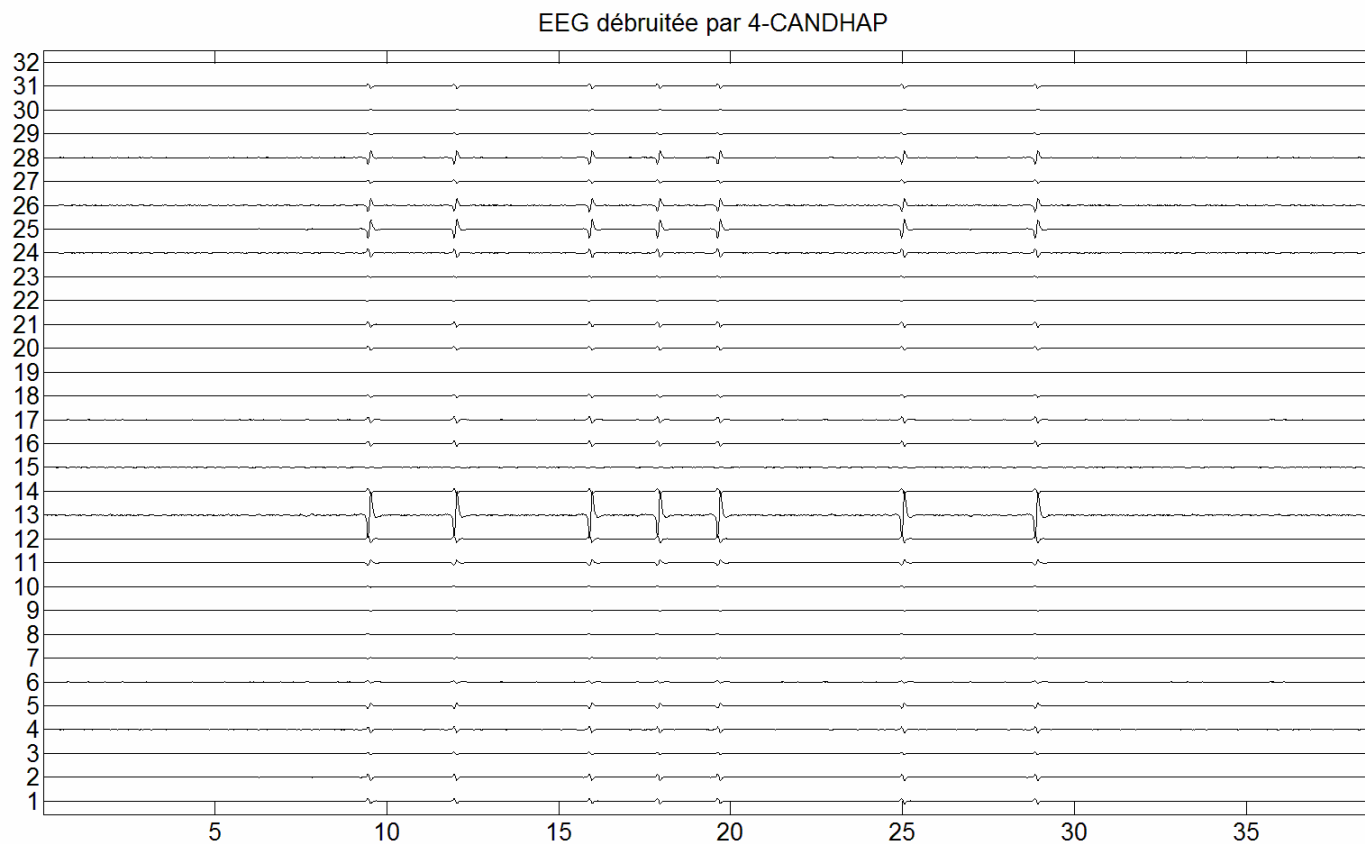
Plan du cours

- I. Contexte applicatif et formulation du problème
 - 1. Les épilepsies pharmacorésistantes
 - 2. Méthodes d'observation non invasives
 - 3. Modélisation et localisation de sources
- II. Quelques outils mathématiques
 - 1. Tenseurs et décompositions associées
 - 2. Statistiques d'ordre supérieur
- III. La méthode 2q-ExSo-MUSIC ($q > 1$)
 - 1. Principe de la méthode
 - 2. Gain de la méthode
 - 3. Limitations de la méthode
- IV. Conclusions et perspectives

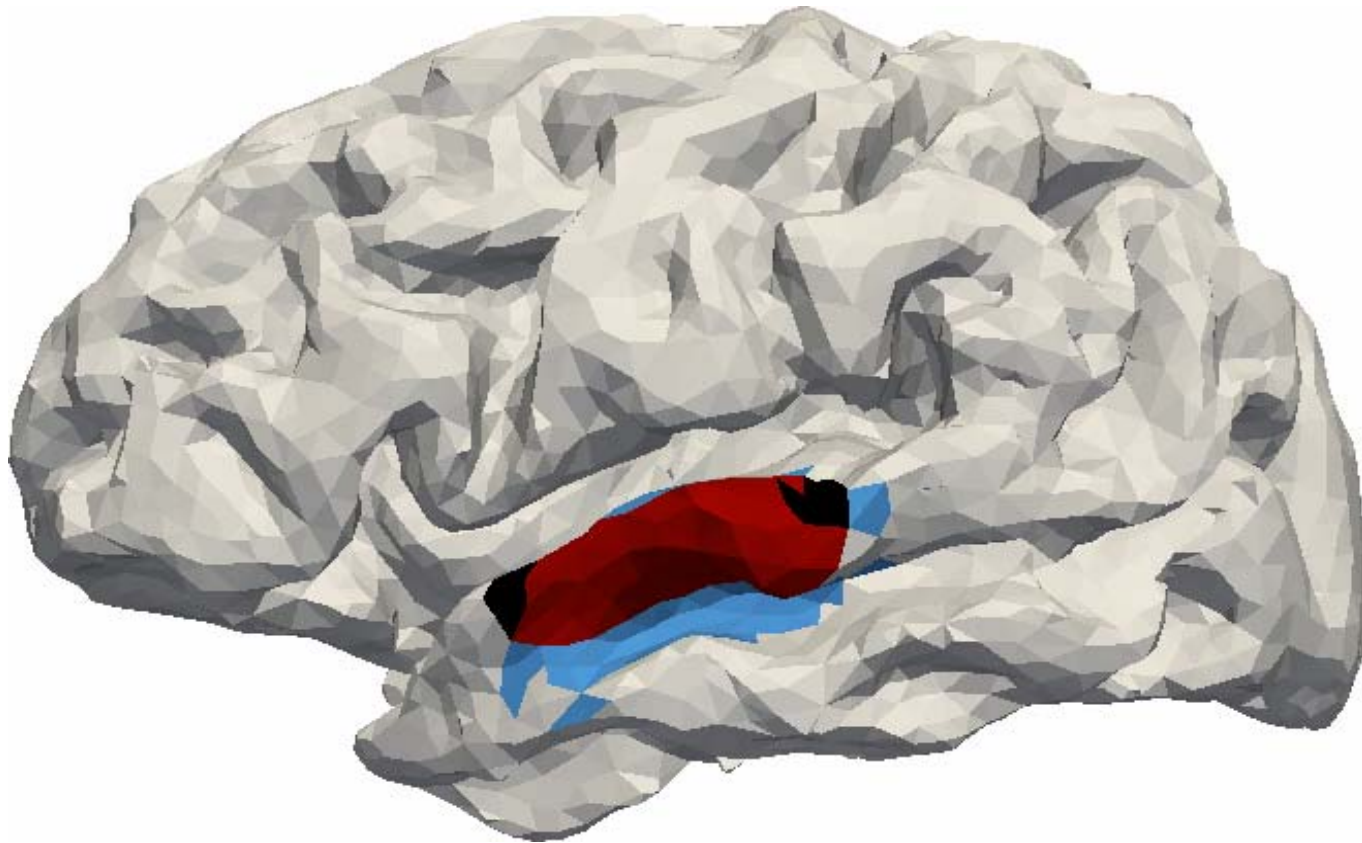
Disposition des 32 électrodes EEG



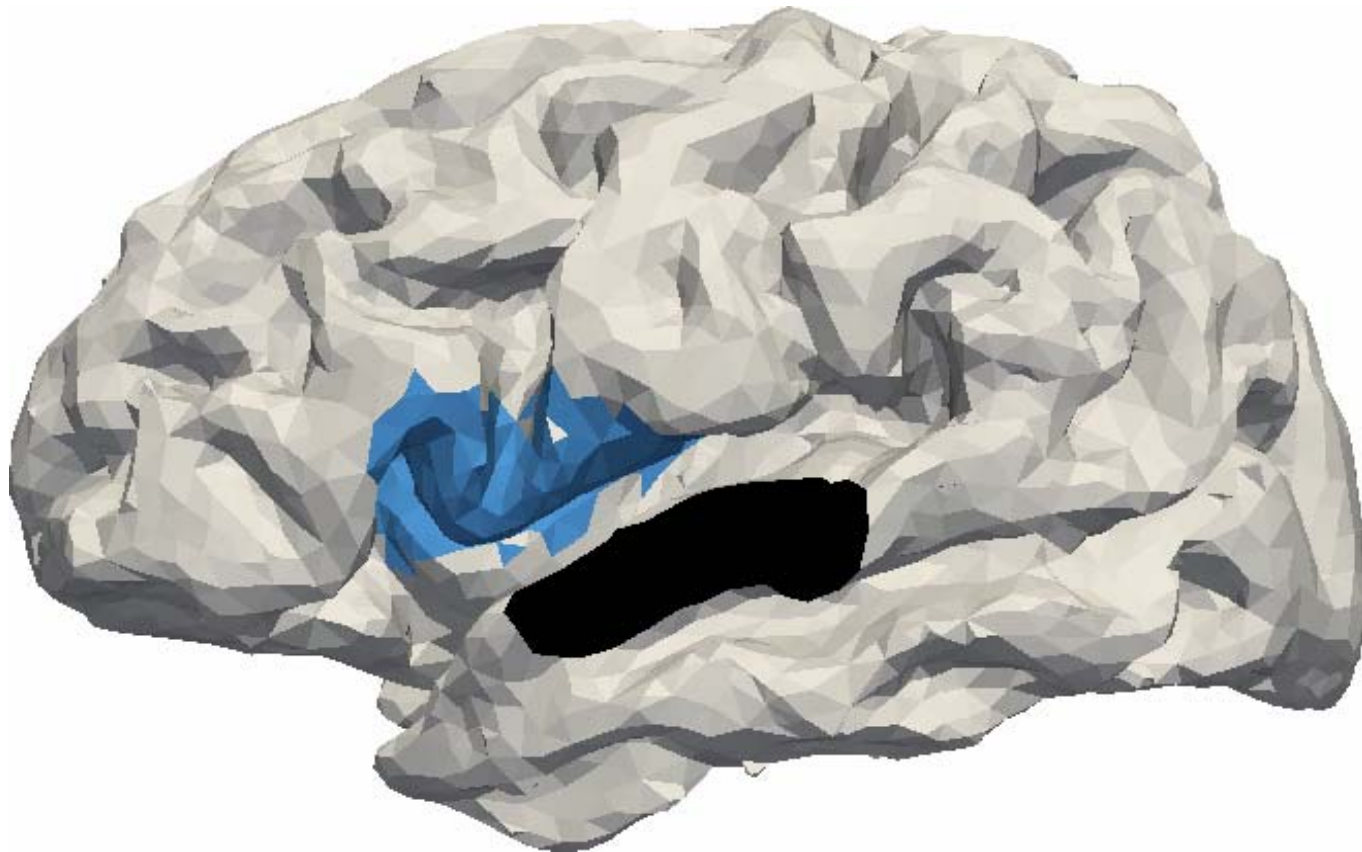
Signaux EEG simulés



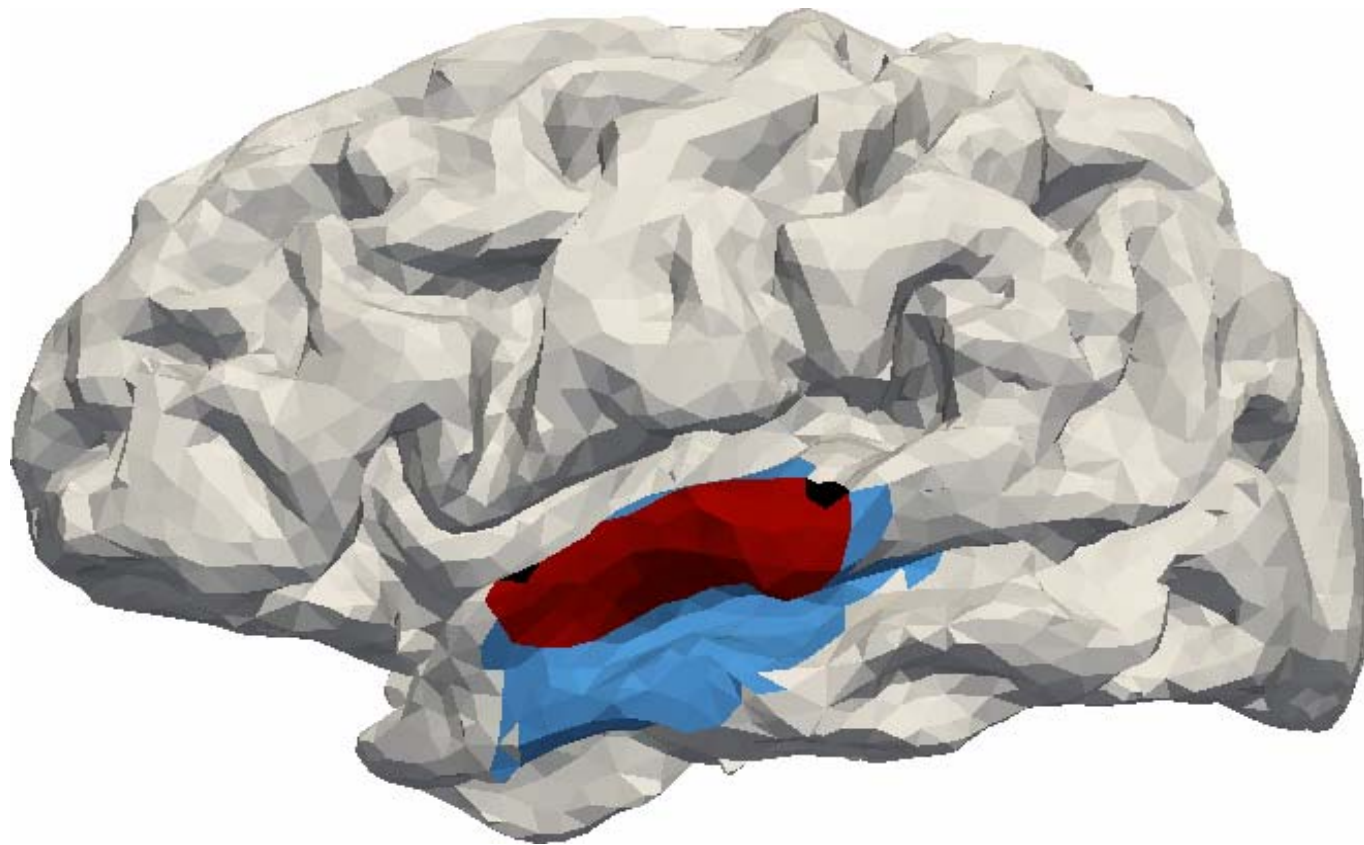
Données simulées non bruitées



Données simulées bruitées



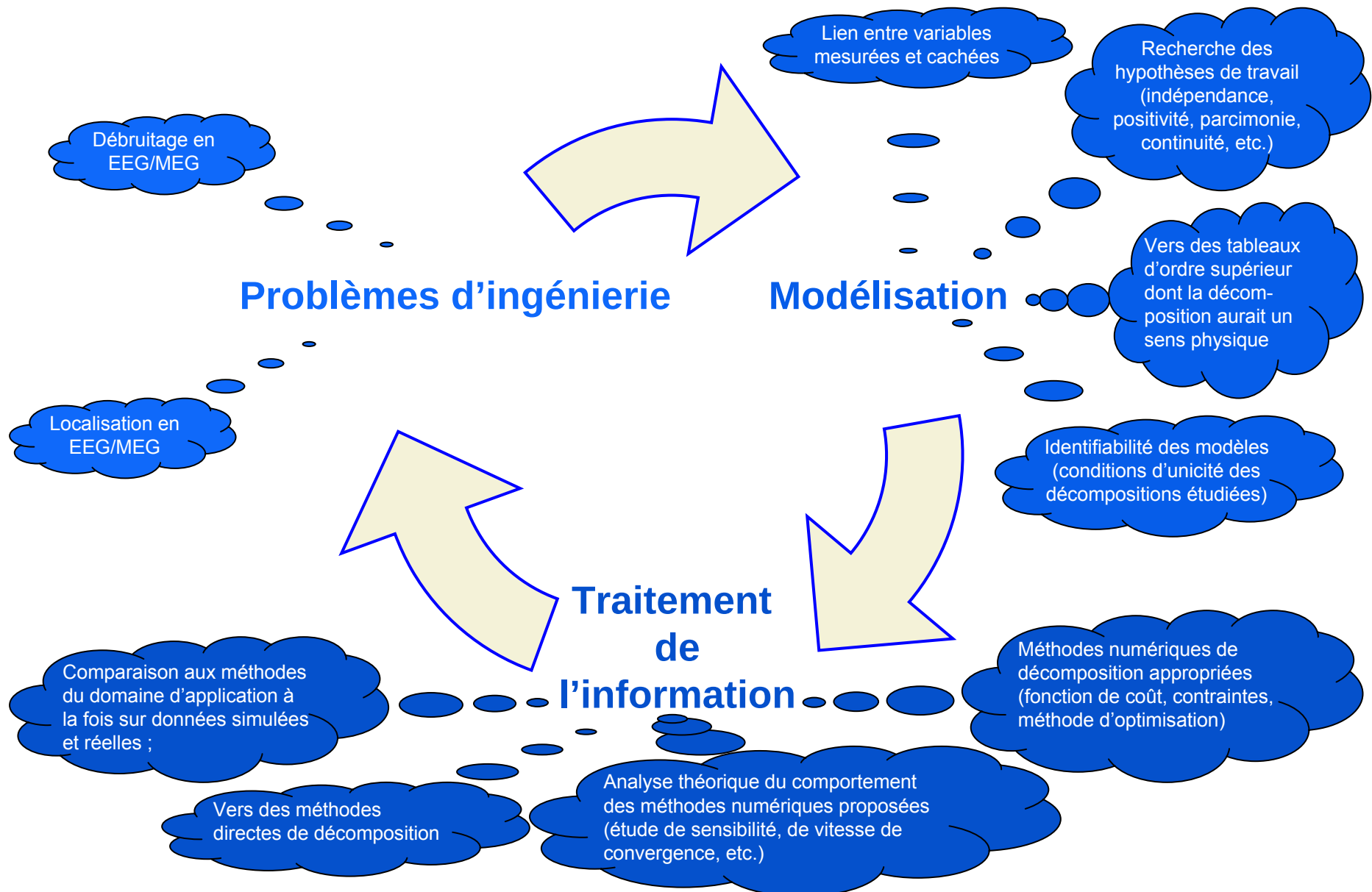
Données simulées débruitées par 4-CANDHAP



Plan du cours

- I. Contexte applicatif et formulation du problème
 - 1. Les épilepsies pharmacorésistantes
 - 2. Méthodes d'observation non invasives
 - 3. Modélisation et localisation de sources
- II. Quelques outils mathématiques
 - 1. Tenseurs et décompositions associées
 - 2. Statistiques d'ordre supérieur
- III. La méthode 2q-ExSo-MUSIC ($q > 1$)
 - 1. Principe de la méthode
 - 2. Gain de la méthode
 - 3. Limitations de la méthode
- IV. Conclusions et perspectives

Conclusions et perspectives



Planches additionnelles

Principe de méthodes de type « minimum norm »

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \max_{\mathbf{s}} p(\mathbf{s}|\mathbf{x}) \quad \xleftrightarrow{\text{Bayes law}} \quad \hat{\mathbf{s}} = \arg \max_{\mathbf{s}} \underbrace{\log[p(\mathbf{x}|\mathbf{s})]}_{\text{likelihood}} + \underbrace{\log[p(\mathbf{s})]}_{\text{prior}}$$

$\updownarrow$
 - Noise is white and Gaussian
 - Sources are Gaussian

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \underbrace{\|\mathbf{x} - \mathbf{A}\mathbf{s}\|_2^2}_{\text{likelihood}} + \underbrace{\lambda \|\mathbf{C}\mathbf{s}\|_2^2}_{\text{prior}} \quad \xleftrightarrow{\text{optimization}} \quad \hat{\mathbf{s}} = \underbrace{(\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{A}^T (\mathbf{A} (\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{A}^T + \lambda \mathbf{I})^{-1}}_{\text{Inverse operator}} \mathbf{x}$$

λ : regularization coefficient
 $\mathbf{C}$: constraint matrix

Method	Constraint Matrix $\mathbf{C}$	Meaning of the prior
Minimum Norm Estimates (MNE)	Identity $\mathbf{I}$	Sources are spatially independent. The depth of the sources is not taken into account.
Weighted Minimum Norm Estimate (WMNE)	Diagonal matrix $\mathbf{W}$ $W_{ii} = \ a_i\ $	Sources are spatially independent. The depth of the sources is taken into account.
Laplacian Minimization (~LORETA)	$\mathbf{W} \mathbf{L}$ $\mathbf{L}$ is the matricial laplacian operator	Each sources is assumed to be correlated with its neighbours. The depth of the sources is taken into account.

Influence de la quasi-similarité intra-patch (2)

