

L2 PCGS - Outils Mathématiques 4

Contrôle continu n°1 - 15 février 2021 - Durée: 45 minutes

*L'épreuve se compose de 3 exercices indépendants.
Le barème est à titre indicatif.*

Exercice 1. (3,5 points.) Calculer les intégrales suivantes:

1) $I_1 = \int_0^1 \left(\int_0^y x^2 dx \right) dy$

2) $I_2 = \int_0^1 \left(\int_{1-y}^{1+y} (2y + 3x^2) dx \right) dy$

3) $I_3 = \int_0^1 \left(\int_0^x -\sin(x^2) dy \right) dx$

Exercice 2. (3,5 points.) Soit D le triangle de sommets $(0,0)$, $(1,1)$ et $(1,-1)$.

1) Dessiner D .

2) Décrire D comme un domaine de type I (ou bien de type II)

3) Calculer $I = \iint_D e^{2x+2y} dx dy$.

Exercice 3. (3,5 points.) Soit $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$.

1) Dessiner D .

2) Calculer l'aire de D .

3) Calculer $\iint_D \frac{dx dy}{1 + x^2 + y^2}$
(on pourra utiliser un changement de variables en coordonnées polaires)

Question bonus (+1 point):

i) Calculer le jacobien du changement de variables $x = \frac{1}{3}(u + v)$ et $y = \frac{1}{3}(v - 2u)$.

ii) Soit D le domaine délimité par les droites $y = x - 2$, $y = x$, $y = -2x$ et $y = -2x + 3$.

Calculer $\iint_D (2x + y)^2 dx dy$, en utilisant ce changement de variables.