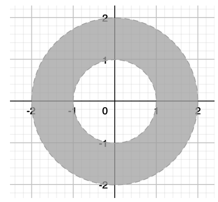
Université de Rennes 1
UFR Mathématiques

Année 2019-2020

L2 PCGS - Outils Mathématiques 4

Contrôle continu $n°2$ - 4 mars 2020 -Durée: 30 minutes

L'épreuve se compose de 3 exercices indépendants.
Les documents, calculatrice et téléphone portable ne sont pas autorisés.
Le barème est à titre indicatif.

Exercice 1. (3, 5 *points.*) Soit $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leqslant x^2 + y^2 \leqslant 4\}$.  D

1) Décrire D en coordonnées polaires.

2) Quelle est l'aire de D? (on pourra utiliser, sans la prouver, la formule de l'aire d'un disque)

3) Calculer $\displaystyle\iint_D x^2\, dxdy$.

Exercice 2. (3, 5 *points.*) Soient $R > 0$ et $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | \;\; x^2 + y^2 + z^2 \leqslant R^2 \text{ et } z \geqslant 0\}$

1) Esquisser le domaine Ω.

2) Quel est le volume de Ω ?(on pourra utiliser, sans la prouver, la formule du volume d'une boule)

3) Calculer $\displaystyle\iiint_\Omega z^2 dxdydz$. (on pourra utiliser les coordonnées sphériques)

Exercice 3. (3, 5 *points.*) Soit $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | \;\; x^2 + y^2 \leqslant z^2,\, z \in [0, 1] \text{ et } y \geqslant 0\}$.

1) Esquisser l'intersection de D avec le plan yOz.

2) Esquisser le domaine D.

3) Calculer $\displaystyle\iiint_D (x + y^2) dxdydz$. (on pourra utiliser les coordonnées cylindriques)

Question bonus (+1 point): Soit $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, 1 \leqslant y^2 + z^2 \leqslant 4 - x \text{ et } 0 \leqslant x \leqslant 3\}$.
Décrire Ω en coordonnées cylindriques, puis calculer $\displaystyle\iiint_\Omega \frac{1}{(4-x)^2\sqrt{y^2+z^2}} dxdydz$.