

L2 PCGS - Outils Mathématiques 4

Contrôle continu n°1 - 5 février 2020 - Durée: 30 minutes

*L'épreuve se compose de 3 exercices indépendants.
Les documents, calculatrice et téléphone portable ne sont pas permis.
Le barème est à titre indicatif.*

Exercice 1. (3,5 points.) Soit $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1 \text{ et } x^2 \leq y \leq 6 - x^3\}$.

- 1) Dessiner l'ensemble D .
- 2) Calculer l'aire de D .
- 3) Calculer $\iint_D x \, dx dy$

Exercice 2. (3,5 points.) Soit $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 1, y \leq 1 \text{ et } x + y \geq 1\}$.

- 1) Dessiner l'ensemble D .
- 2) Décrire D comme un domaine de type II (par tranches horizontales)
- 3) Calculer $I = \iint_D (x + y)^2 \, dx dy$.

Exercice 3. (3,5 points.)

- 1) Calculer la dérivée de $\sin(x^2)$.
- 2) Calculer l'intégrale suivante en intervertissant l'ordre d'intégration:

$$\int_0^3 \left(\int_{\frac{y}{3}}^1 (y + \cos(x^2)) dx \right) dy$$

Question bonus (+1 point): Dessiner le domaine Δ intersection des disques délimités par les cercles d'équations respectives $x^2 + y^2 - 4x = 0$ et $x^2 + y^2 - 4y = 0$. Que vaut $\iint_{\Delta} (2x^4 - 2y^4) \, dx dy$? (justifier votre réponse)