Université de Rennes 1
UFR Mathématiques

Année 2018-2019

L2 PCGS - Outils Mathématiques 4

Contrôle continu $n°3$ - 20 mars 2019 - Durée: 30 minutes

L'épreuve se compose de 2 exercices indépendants.
Les documents, calculatrice et téléphone portable ne sont pas autorisés.
Le barème est à titre indicatif.

Exercice 1. (6 *points.*) Soit $\omega = 2xyz\,dx + x^2z\,dy + x^2y\,dz$.

i) Déterminer une paramétrisation du segment γ d'origine $(1,1,1)$ et d'extrémité $(1,2,4)$.

ii) Calculer l'intégrale curviligne $\displaystyle\int_\gamma 2xyz\,dx + x^2z\,dy + x^2y\,dz$.

iii) Déterminer une fonction f définie sur $\mathbb{R}^3$ telle que $\omega = df$.

iv) Calculer $\displaystyle\int_C 2xyz\,dx + x^2z\,dy + x^2y\,dz$ où C est un arc de cercle d'origine $(1,1,1)$ et d'extrémité $(1,2,4)$.

Exercice 2. (4 *points.*)

i) Calculer le travail du gradient de $f(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2+z^2}}$ le long de l'hélice $\gamma(t) = (\cos 2\pi t, \sin 2\pi t, t)$ où $t \in [0,1]$.

ii) Calculer le travail de $\vec{V}(x,y) = \frac{-y}{x^2+4y^2}\vec{i} + \frac{x}{x^2+4y^2}\vec{j}$ le long de l'ellipse $\mathcal{E} : x(t) = 2\cos t,\ y(t) = \sin t$ où $t \in [0,2\pi]$. Que peut-on en déduire?

Question bonus (+1 point):
Calculer, en utilisant une intégrale curviligne, l'aire du triangle de sommets $A = (0,0)$, $B = (2,-3)$ et $C = (3,4)$.