

**L2 PCGS - Outils Mathématiques 4**

Contrôle continu  $n^{\circ}2$  - 6 mars 2019 - Durée: 30 minutes

*L'épreuve se compose de 3 exercices indépendants.  
Les documents, calculatrice et téléphone portable ne sont pas autorisés.  
Le barème est à titre indicatif.*

**Exercice 1.** (3 points.) Représenter et calculer le volume de

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x-1)^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 1\}.$$

**Exercice 2.** (4 points.) Soit le cube  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1, -1 \leq z \leq 1\}$  de densité volumique  $\mu$  donnée par  $\mu(x, y, z) = x^2y + z^2$ .

1) Calculer sa masse totale donnée par  $M(D) = \iiint_D \mu(x, y, z) dx dy dz$ .

2) Déterminer son centre de gravité  $G = (x_G, y_G, z_G)$  où

$$x_G = \frac{1}{M(D)} \iiint_D x \mu(x, y, z) dx dy dz, \quad y_G = \frac{1}{M(D)} \iiint_D y \mu(x, y, z) dx dy dz, \quad z_G = \frac{1}{M(D)} \iiint_D z \mu(x, y, z) dx dy dz$$

**Exercice 3.** (3 points.) Soit  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq z \leq 1, -z \leq x \leq z, -z \leq y \leq z\}$ .

1) Représenter  $D$ . (On pourra considérer les tranches de hauteur  $z$  de  $D$ .)

2) Calculer  $\iiint_D (x^2 + y^2) dx dy dz$ .

**Question bonus (+1 point):** Calculer, en utilisant les coordonnées sphériques,

$$\int_{-2}^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} y \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz dy dx.$$