

L2 PCGS - Outils Mathématiques 4

Contrôle continu n°1 - 6 février 2019 - Durée: 30 minutes

*L'épreuve se compose de 3 exercices indépendants.
Les documents, calculatrice et téléphone portable ne sont pas permis.
Le barème est à titre indicatif.*

Exercice 1. (1,5 points.) Calculer $\iint_R \sin(y) \cos(x) dx dy$ où R est le rectangle $[0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \pi] = \left\{ (x, y) \mid \begin{matrix} 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq y \leq \pi \end{matrix} \right\}$.

Exercice 2. (5 points.) Soit D le domaine borné du plan délimité par les courbes $y = x^2$, $y = 0$ et $x = 3$.

- 1) Dessiner l'ensemble D .
- 2) Calculer l'aire de D .
- 3) Calculer $\iint_D \exp(x^3) dx dy$.
(Indication: On rappelle que la dérivée de $\exp(x^3)$ est $3x^2 \exp(x^3)$)

Exercice 3. (3,5 points.) Soit $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0 \text{ et } x^2 + y^2 \leq 1\}$.

- 1) Dessiner l'ensemble D .
- 2) Calculer la dérivée de la fonction $f(r) = \frac{1}{1+r^2}$.
- 3) Calculer $I = \iint_D \frac{1}{(1+x^2+y^2)^2} dx dy$.
(Indication: On pourra faire un changement de variables en coordonnées polaires)
- 4) **Question bonus (+1 point):** Déterminer (sans calcul, mais avec justification) $\iint_{\Delta} \frac{x}{(1+x^2+y^2)^2} dx dy$
où $\Delta = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$.