Université de Rennes 1
UFR Mathématiques

Année 2017-2018

L2 - Outils Mathématiques 4

Contrôle continu $n°$ 3 - 21 mars 2018 - Durée: 20 minutes

Exercice 1. Soit $\omega = P(x,y)\ dx + Q(x,y)\ dy$ la forme différentielle définie sur $\mathbb{R}^2$ où $P(x,y) = 2xy + y^2 - 1$ et $Q(x,y) = 2xy + x^2$.

1. Calculer l'intégrale curviligne de ω le long du segment de droite C reliant les points $A = (1,0)$ et $B = (0,1)$.
2. Calculer $\dfrac{\partial P}{\partial y}$ et $\dfrac{\partial Q}{\partial x}$. En déduire que ω est exacte.
3. Déterminer une fonction f telle que $\omega = df$.
4. Que vaut l'intégrale curviligne de ω le long de la courbe γ de paramétrisation $\begin{cases} x = \cos^5(t) \\ y = \sin^6(t) \end{cases}$ avec $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$?

Exercice 2. Soit ω la forme différentielle définie pour tout $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ par $\omega = 2xy\ dx + (x^2 + y^2)\ dy + 2z^2\ dz$

1. Calculer l'intégrale curviligne de ω le long des courbes orientées suivantes:
   (a) Le segment d'origine $(0,0,0)$ et d'extrémité $(1,1,1)$.
   (b) La courbe de paramétrisation (t, t^2, t^2) avec $t \in [0,1]$.
2. **Question bonus (1 point):** Quelle conjecture en déduisez-vous ? Prouver votre affirmation.