

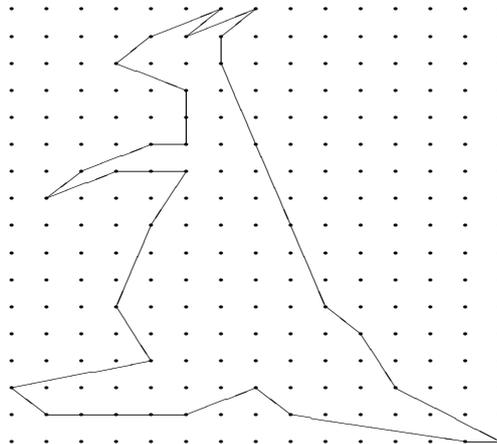
## Exercices de révision

### Equidécomposabilité-Théorème de Bolyai-Gerwien :

- 1) Rappeler la définition de deux polygones équidécomposables.
- 2) Montrer qu'un triangle est équidécomposable en un parallélogramme de même aire.
- 3) Deux polygones d'aires différentes peuvent-ils être équidécomposables ?
- 4) Quelles-sont les isométries du plan qui laissent un seul point fixe ?
- 5) Les ensembles suivants sont-ils équidécomposables ?
  - a)  $A$  est un triangle de hauteur 5 et de base 6 et  $B$  est un rectangle de largeur 3 et de longueur 5.
  - b)  $A$  est un carré de côté  $\sqrt{5}$  et  $B$  est un hexagone dont les sommets sont sur le cercle centré à l'origine et de rayon 1.
  - c)  $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$  et  $B = \{(x, y) \mid x^2 \leq 1\}$

### Formule de Pick :

- 1) Rappeler la définition d'un polygone simple. Donner un exemple.
- 2) Énoncer le théorème de Pick. Rappeler les principales étapes de sa démonstration.
- 3) Peut-on dessiner un triangle équilatéral dont les sommets sont à coordonnées entières. (inscrit dans le réseau)
- 4) Est-il possible de trouver un polygone inscrit dans le réseau et d'aire égale à 6? si oui en donner au moins 2 exemples.
- 5) Même question pour une aire égale à  $\frac{3}{2}$ ? et une aire égale à  $\frac{5}{3}$ ?
- 6) Trouver l'aire du Kangourou



- 7) Rappeler la définition de la suite de Farey d'ordre  $n$ ,  $\mathcal{F}_n$ .
- 8) Rappeler la définition d'une fraction médiane.
- 9) Déterminer la suite de Farey d'ordre 7.

**Géométrie des nombres :**

- 1) Rappeler le théorème de Minkowski dans le plan.
- 2) Montrer que  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 3x^2 + 4y^2 \leq 25\}$  a au moins un point  $(p, q)$  à coordonnées entières autre que l'origine.
- 3) Montrer que l'équation  $13x^2 - 7xy + y^2 = 1$  a au moins une solution entière.
- 4) Quels sont les entiers qui sont somme de 2 carrés et de 4 carrés ?