

---

**Calcul différentiel et fonctions holomorphes  
(CDHO)  
Le programme**

---

Premier cours : Mercredi 04/01/2012  
Dernier cours : Lundi 02/04/2012

## Références

- [1] P. Avez Calcul différentiel (Masson)
- [2] F. Pham Les différentielles, enseignement des mathématiques (Masson)
- [3] H. Cartan Cours de Calcul différentiel (Hermann)
- [4] L. Ahlfors Complex Analysis, McGraw-Hill (1966)
- [5] H. Cartan Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes, Hermann (1961)
- [6] W. Rudin, Analyse réelle et complexe, Masson (1982)

## 1 Fonctions de plusieurs variables réelles.

### 1.1 Différentiabilité

- Continuité : généralité, applications linéaires et multilinéaires.
- Définition et propriétés.
- Dérivées directionnelles et dérivées partielles
- Matrice jacobienne
- Le théorème des accroissements finis.

## 1.2 Dérivation à l'ordre supérieur

- Dérivées secondes.
- Dérivées successives.
- Formule de Taylor.
- Extrema locaux.

## 1.3 Inversion locale et fonctions implicites

- Difféomorphismes.
- Rappel sur le théorème du point fixe.
- Le théorème d'inversion locale.
- Le théorème des fonctions implicites.

## 1.4 Optimisation

- Extrema liés. Notion de sous-variétés

# 2 Fonctions holomorphes

## 2.1 Différentiabilité au sens complexe

- Séries entières.
- Fonctions holomorphes. Conditions de Cauchy-Riemann
- Exponentielle.
- Logarithme, fonctions puissances, fonctions trigonométriques
- Fonctions harmoniques.

## 2.2 Intégrales curvilignes et applications

- Intégrale curviligne, indice d'un point par rapport à un lacet.
- Primitive
- Formule de Cauchy. Inégalités de Cauchy.
- Holomorphie et analytité.
- Théorèmes de Liouville et de D'Alembert.

## 2.3 Le théorème des résidus et applications

- Singularités isolées.
- Séries de Laurents, fonctions méromorphes.
- Le théorème des résidus.
- Applications au calcul intégral.

**Examens :**

Il y aura 2 contrôles continus d'1 heures et un examen terminal de 2 h ;

la note finale est obtenue par la formule :

$$\sup\left\{\frac{CC+T}{2}, T\right\}$$

où CC est la moyenne des contrôles continus et T est la note du terminal.

Page d'accueil du cours : <http://perso.univ-rennes1.fr/karim.bekka/CDHO.html>