

**Algèbre et Arithmétique***Interrogation n°3 : mardi 2 décembre 2014*

---

*Documents, notes de cours ou de TD, téléphones portables, calculatrices sont interdits. Justifiez toutes vos réponses.*

Durée : 50 minutes

**NOM :**

**PRÉNOM :**

---

**Exercice 1**

---

Soit  $p$  et  $q$  deux propositions. Donner la négation de la formule suivante :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \forall m \in \mathbb{N}, ((q(n) \Rightarrow p(m)) \text{ et } (\exists k \in \mathbb{N}, p(n+k) \Rightarrow q(m+k))).$$

**Exercice 2**

---

Soient  $E$  l'ensemble des étudiants de L1 - Informatique de l'Université de Rennes 1 et  $F = [0, 20]$  l'intervalle de  $\mathbb{R}$ . On considère la fonction  $f: E \rightarrow F$  qui à un étudiant associe sa note à l'examen d'ARA. Sachant que le nombre d'étudiants inscrits en L1 - Informatique et présents à l'épreuve est 187 et que les notes sont arrondies au demi-point supérieur, pensez-vous que la fonction  $f$  peut être injective, surjective ?

### Exercice 3

---

1. Soit  $n$  un entier dont le développement en base 5 s'écrit  $\overline{1200}^5$ . Déterminer le développement en base 5, puis en base 10, du nombre qui le précède.
2. Soit  $m$  un entier dont le développement en base 5 s'écrit  $\overline{4124}^5$ . Déterminer le développement en base 5, puis en base 10, du nombre qui le suit.

#### Exercice 4

---

Calculer le pgcd  $d$  de 1001 et 245 et déterminer deux entiers  $u$  et  $v$  tels que

$$u.1001 + v.245 = d.$$

### Exercice 5

---

Donner suivant les valeurs de l'entier naturel  $n$  le reste de la division euclidienne de  $2^n$  par 7. En déduire que si  $n$  n'est pas un multiple de 3, alors  $4^n + 2^n + 1$  est divisible par 7.