



**Algèbre et Arithmétique 1**

*Interrogation n°1 : mardi 1 octobre 2013*

---

*Documents, notes de cours ou de TD, téléphones portables, calculatrices sont interdits. Justifiez toutes vos réponses.*

Durée : 30 minutes

**NOM :**

**PRÉNOM :**

---

**Exercice 1**

---

Soient  $P_1$  et  $P_2$  deux assertions. Montrez que

$$((P_1 \Rightarrow P_2) \text{ et } (P_2 \Rightarrow P_1)) \Leftrightarrow ((P_1 \text{ et } P_2) \text{ ou } (\text{non}P_1 \text{ et } \text{non}P_2)).$$

## Exercice 2

---

Par récurrence, montrez que pour tout entier  $n \geq 1$ ,

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

### Exercice 3

---

Soit  $E = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ .

- (a) Déterminez un sous ensemble  $A$  de  $E$  qui soit non vide et distinct de  $E$ .
- (b) Soit  $C = E \setminus \{(0, 0)\}$ . Déterminez deux sous ensembles  $A$  et  $B$  de  $E$  tels que

$$A \cap B = {}^c C$$