
Contrôle continu n°1 (Durée 1H)

Questions de cours :

1. Rappeler la définition d'un groupe monogène ?
2. Enoncer le théorème de Lagrange.
3. Rappeler la définition d'un anneau.

Exercice 1

On considère la permutation $\sigma \in S_5$ donnée par :

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer le nombre d'inversions dans σ .
2. Calculer la signature de σ et celle de σ^{-1} .
3. Décomposer σ en produit de transpositions.

Exercice 2

On considère le groupe $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, +)$ muni de la loi d'addition.

1. Le groupe $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, +)$ est-il cyclique ?
2. Trouver tous les générateurs de $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, +)$.
3. Déterminer tous les sous-groupes de $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, +)$.

Exercice 3

Soit G un groupe et H, K deux sous-groupes de G .

1. Démontrer que $H \cap K$ est un sous-groupe de G .
2. Démontrer que $H \cup K$ est un sous-groupe de G si et seulement si $H \subset K$ ou $K \subset H$.
3. Déterminer le sous-groupe engendré par le complémentaire de H quand $H \neq G$.