
MODÈLES ALÉATOIRES EN BIOLOGIE
TRAVAUX PRATIQUES - Série 3

Certaines procédures ou fonctions Scilab utiles pour ce TP sont disponibles sur ma page personnelle à l'adresse suivante <http://perso.univ-rennes1.fr/jurgen.angst/enseignements/M2MSB/TP3/>

Exercice 1. *Arbres de Galton-Watson géométriques*

On considère un arbre de Galton-Watson \mathcal{T} dont la loi de reproduction est la loi de géométrie sur \mathbb{N} . Autrement dit, si Z_n désigne le nombre d'individus dans l'arbre à la n -ième génération, on a $Z_0 = 1$ et $Z_{n+1} = \sum_{k=1}^{Z_n} X_{k,n}$ pour $n \geq 0$, où les variables $(X_{k,n})_{k \geq 1, n \geq 0}$ sont indépendantes et suivent la loi géométrique : $\mathbb{P}(X = k) = p(1-p)^{k-1}$ avec $p \in]0, 1[$.

1. Écrire une procédure Scilab $\text{GW}(m, n, p)$ dont les arguments sont deux entiers strictement positifs m et n , un réel $p \in]0, 1[$, et qui renvoie une matrice de taille $m \times n$ dont les m lignes sont des réalisations de la suite (Z_0, Z_1, \dots, Z_n) .
2. À l'aide de la fonction GW , estimer la probabilité d'extinction de la chaîne.
3. Dans les cas où la chaîne ne s'éteint pas, illustrer la convergence de Z_n/m^n .

Exercice 2. *Arbres avec loi de reproduction à support fini*

Mêmes questions que dans l'exercice précédent avec les lois de reproductions :

$$[0.50.20.10.2], \quad [0.30.20.30.2], \quad [0.40.10.5].$$

Exercice 3. *Itérations affines aléatoires*

Une manière simple d'obtenir des ensembles auto-similaires aléatoires consiste à itérer des applications affines choisies aléatoirement dans un ensemble fini de telles applications. Pour se faire une idée de la richesse des ensembles que l'on peut obtenir via cette méthode, exécuter les codes du dossier `.../M2MSB/TP3/codes`