

FEUILLE D'EXERCICES # 2

Exercice 1 *Sur l'indépendance*

Une urne contient 12 boules numérotées de 1 à 12. On en tire une au hasard et on considère les événements : A = “le numéro tiré est pair”, B = “le numéro tiré est un multiple de 3”.

1. Les événements A et B sont-ils indépendants ?
2. Reprendre la question avec une urne contenant 13 boules.

Exercice 2 *Union, intersection, indépendance*

Soient X et Y deux individus dont les durées de vie sont indépendantes et sont telles que $\mathbb{P}(X \text{ vive encore 9 ans}) = 2/5$, $\mathbb{P}(Y \text{ vive encore 9 ans}) = 3/5$. Calculer les probabilités que :

1. X et Y vivent encore 9 ans ;
2. l'un des 2 au moins vive encore 9 ans ;
3. X seulement vive encore 9 ans ;
4. Y seulement vive encore 9 ans ;
5. X vive encore 9 ans sachant que l'un des 2 au moins vivra encore 9 ans.

Exercice 3 *Inversion de conditionnement*

Une urne contient b boules blanches et n boules noires. Quand une boule est tirée, on la remet dans l'urne, avec ℓ boules de la même couleur. On effectue ainsi deux tirages au hasard. Quelle est la probabilité que la première boule tirée soit noire sachant que la seconde est blanche ?

Exercice 4 *Formule de Bayes*

Le quart d'une population est vacciné contre le choléra. Au cours d'une épidémie, on constate qu'il y a parmi les malades un vacciné pour 4 non-vaccinés, et qu'il y a un malade sur 12 parmi les vaccinés. Quelle est la probabilité qu'un non-vacciné tombe malade ?

Exercice 5 *Formule de Bayes, le retour*

Le gérant d'un magasin d'informatique a reçu un lot de boîtes de CD-ROM. 5% des boîtes sont abîmées. Le gérant estime que 60% des boîtes abîmées contiennent au moins un CD-ROM défectueux et que 98% des boîtes non abîmées ne contiennent aucun CD-ROM défectueux. Un client achète une boîte du lot. On désigne par A l'évènement : “la boîte est abîmée” et par D l'évènement “la boîte achetée contient au moins un disque défectueux”.

1. Donner les probabilités $\mathbb{P}(A)$, $\mathbb{P}(A^c)$, $\mathbb{P}(D|A)$, $\mathbb{P}(D|A^c)$, $\mathbb{P}(D^c|A)$ et $\mathbb{P}(D^c|A^c)$.
2. Le client constate qu'un des CD-ROM acheté est défectueux. Quelle est la probabilité pour qu'il ait acheté une boîte abîmée ?

Exercice 6 *Dépistage*

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion d'une personne malade sur 10000. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage : si une personne est malade, le test est positif à 99%. Si une personne n'est pas malade, le test est positif à 0,1%. Autorisez-vous la commercialisation de ce test ?