

## FEUILLE D'EXERCICES # 3

### Exercice 1 *Migraine*

En cas de migraine, trois patients sur cinq prennent de l'aspirine, et deux sur cinq prennent un médicament alternatif  $M$  présentant des effets secondaires. Avec l'aspirine, 75% des patients sont soulagés, avec le médicament  $M$ , 90% des patients sont soulagés.

1. Quel est le taux global de personnes soulagées ?
2. Quel est la probabilité pour un patient d'avoir pris de l'aspirine sachant qu'il est soulagé ?

### Exercice 2 *Fumer tue*

Un fumeur décide d'arrêter de fumer. S'il n'a pas fumé le jour  $n$ , alors la probabilité pour qu'il ne fume pas le jour suivant  $n + 1$  est de 0.6. En revanche, s'il a fumé le jour  $n$ , alors la probabilité pour qu'il fume à nouveau le jour suivant est de 0.8.

1. Exprimez la probabilité  $P_{n+1}$  de fumer le jour  $n + 1$  en fonction de la probabilité  $P_n$  de fumer le jour  $n$  ?
2. Quelle est la limite de  $P_n$  lorsque  $n$  tend vers l'infini ?

### Exercice 3 *Inversion de conditionnement*

Une urne contient  $b$  boules blanches et  $n$  boules noires. Quand une boule est tirée, on la remet dans l'urne, avec  $\ell$  boules de la même couleur. On effectue ainsi deux tirages au hasard. Quelle est la probabilité que la première boule tirée soit noire sachant que la seconde est blanche ?

### Exercice 4 *Formule de Bayes*

Le gérant d'un magasin d'informatique a reçu un lot de boîtes de CD-ROM. 5% des boîtes sont abîmées. Le gérant estime que 60% des boîtes abîmées contiennent au moins un CD-ROM défectueux et que 98% des boîtes non abîmées ne contiennent aucun CD-ROM défectueux. Un client achète une boîte du lot. On désigne par  $A$  l'évènement : "la boîte est abîmée" et par  $D$  l'évènement "la boîte achetée contient au moins un disque défectueux".

1. Donner les probabilité  $\mathbb{P}(A)$ ,  $\mathbb{P}(A^c)$ ,  $\mathbb{P}(D|A)$ ,  $\mathbb{P}(D|A^c)$ ,  $\mathbb{P}(D^c|A)$  et  $\mathbb{P}(D^c|A^c)$ .
2. Le client constate qu'un des CD-ROM acheté est défectueux. Quelle est a la probabilité pour qu'il ait acheté une boîte abîmée ?

### Exercice 5 *Dépistage*

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion d'une personne malade sur 10000. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage : si une personne est malade, le test est positif à 99%. Si une personne n'est pas malade, le test est positif à 0,1%. Autorisez-vous la commercialisation de ce test ?

**Exercice 6** *Sur l'indépendance*

Une urne contient 12 boules numérotées de 1 à 12. On en tire une hasard et on considère les évènements :  $A =$  “le numéro tiré est pair”,  $B =$  “le numéro tiré est un multiple de 3”.

1. Les évènements  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants ?
2. Reprendre la question avec une urne contenant 13 boules.

**Exercice 7** *Sur l'indépendance, le retour*

Une urne contient des jetons numérotés, rouges ou noirs. Lors du tirage d'un jeton, la probabilité d'en tirer un rouge est  $3/5$ ; d'en tirer un de numéro impair est  $2/3$ ; d'en tirer un rouge et pair est  $p$ . Que vaut la probabilité d'en tirer un noir impair ? Pour quelles valeurs de  $p$  les évènements “noir” et “impair” sont-ils indépendants ?

**Exercice 8** *Union, intersection, indépendance*

Soient  $X$  et  $Y$  deux individus dont les durées de vie sont indépendantes et sont telles que  $\mathbb{P}(X \text{ vive encore 9 ans}) = 2/5$ ,  $\mathbb{P}(Y \text{ vive encore 9 ans}) = 3/5$ . Calculer les probabilités que :

1.  $X$  et  $Y$  vivent encore 9 ans ;
2. l'un des 2 au moins vive encore 9 ans ;
3.  $X$  seulement vive encore 9 ans ;
4.  $Y$  seulement vive encore 9 ans ;
5.  $X$  vive encore 9 ans sachant que l'un des 2 au moins vivra encore 9 ans.

**Exercice 9** *Court-circuit*

On dispose de 3 composants électriques  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  dont les probabilités de fonctionnement respectives sont  $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_3$ . On suppose que les fonctionnements des composants sont totalement indépendants les uns des autres. Donner la probabilité de fonctionnement du circuit

1. si les composants sont disposés en série.
2. si les composants sont disposés en parallèle.
3. si le circuit est mixte :  $C_1$  est disposé en série avec le sous-circuit constitué de  $C_2$  et  $C_3$  en parallèle.