

Mathématiques 2

Contrôle continu 2 (durée : 45 min (tiers-temps 60 min)+30 min pour numériser et envoyer)

Principe de composition et de remise du travail réalisé

1/ Le sujet, disponible sur l'équipe L3 SciPE Maths 2 de Teams en début d'épreuve, est constitué d'exercices auxquels est ajoutée une question en lien avec le polycopié. Cette dernière ne compte que comme bonification et il n'est pas nécessaire d'y répondre pour avoir la note maximale.

2/ Le sujet est décliné de façon à ce que chaque exercice soit individualisé.

3/ Le contrôle dure 45 min (tiers-temps 60 min)+30 min pour numériser et envoyer.

4/ Chacun planche sur son sujet en utilisant toutes les ressources souhaitées.

5/ Le travail ainsi réalisé est retourné à jean-marie.lion@univ-rennes1.fr dans les temps.

6/ Il doit être indiqué dans le mail d'envoi du travail une phrase du type "J'atteste sur l'honneur avoir réalisé ce travail sans solliciter l'aide d'une personne."

Étape préliminaire obligatoire Vous devez **impérativement** écrire au début de votre travail une suite $U = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8, u_9, u_{10})$ de dix entiers compris entre 1 et 6 obtenue de façon aléatoire. Vous engendrez cette suite à l'aide de dix lancés d'un dé (à l'aide d'un dé réel ou d'un dé virtuel qu'on peut trouver en ligne) ou à l'aide de dix tirages avec remise d'étiquettes numérotées après avoir préparé six étiquettes numérotées de 1 à 6 qui serviront à ce tirage. Cette suite qui sera notée U dans tout le sujet doit être réellement le fruit du hasard : lorsqu'elle est générée, à chaque tirage ou chaque lancé les six nombres compris entre 1 et 6 doivent avoir tous une chance sur 6 de sortir (équiprobabilité). Cette suite U permet d'individualiser le sujet. Les termes de la suite U seront utilisés dans les exercices à résoudre. Chaque fois qu'un tel terme apparaît il faut le remplacer par sa valeur pour faire les calculs et répondre aux questions. Par exemple s'il vous est demandé "Combien compte de fruits une coupe composée de u_1 pommes et de u_2 poires?" et si les termes u_1 et u_2 de votre suite U valent respectivement 3 et 5 alors vous pouvez répondre "Puisque la coupe est composée de 3 pommes et 5 poires elle compte $3 + 5$ fruits c'est à dire 8 fruits".

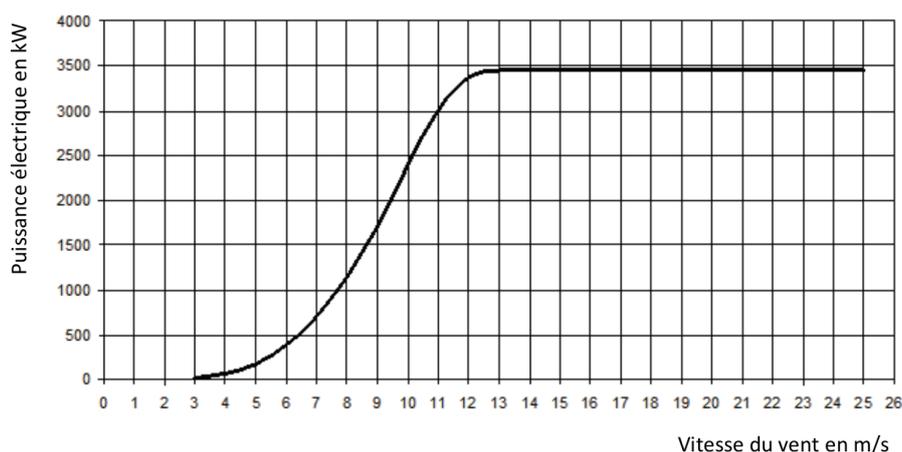
Sujet inspiré du concours 2017

**Il est demandé de traiter deux parties au choix et deux seulement.
Toutes les réponses doivent être expliquées.**

Partie A : Puissance électrique d'une éolienne

Le graphique ci-dessous représente les variations de la puissance électrique, exprimée en kilowatt (kW) fournie par une certaine éolienne, en fonction de la vitesse du vent, exprimée en mètre par seconde (m/s).

La forme de la courbe dépend des caractéristiques mécaniques et électriques de l'éolienne.



Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique.

1. Quelle est la puissance électrique de l'éolienne quand la vitesse du vent est $(6 + u_1)$ m/s ?
2. À partir de quelle vitesse du vent la puissance électrique de l'éolienne est-elle supérieure à $(u_2 \times 300)$ kW ?
3. La puissance électrique de l'éolienne est-elle proportionnelle à la vitesse du vent ? Justifier.
4. Pour quelles vitesses du vent la puissance électrique de l'éolienne est-elle comprise entre $(u_3 \times 200)$ et $(u_3 \times 300)$ kW ?
5. Quelle est la puissance électrique maximale que peut fournir l'éolienne ? Pourquoi ?
6. À partir de quelle vitesse du vent, en km/h, la puissance électrique de l'éolienne est-elle supérieure à $(u_2 \times 500)$ kW ?
7. Trouver les $x \in \mathbf{R}$ tels que

$$x^2 + 2 \times u_8 \times x \times u_8 + u_8^2 = u_9^2.$$

Trouver les $x \in \mathbf{R}$ tels que

$$x^2 - 2 \times u_8 \times x \times u_8 + u_8^2 = u_9^2.$$

Partie B : Calcul de la puissance récupérable d'une éolienne

On dispose des informations suivantes sur les éoliennes :

La puissance récupérable d'une éolienne, exprimée en watt, notée $P_{\text{récupérable}}$, se calcule à l'aide de la formule :

$$P_{\text{récupérable}} = C_p \times P_{\text{disponible}}$$

où C_p est le coefficient de performance de l'éolienne et $P_{\text{disponible}}$ est la puissance disponible de l'éolienne, exprimée en watt, fournie par le vent.

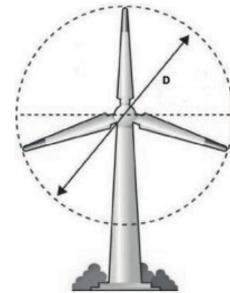
Les puissances récupérables et disponibles fournissent des valeurs théoriques qui ne tiennent pas compte des contraintes mécaniques (minimum ou maximum de vitesse du vent).

La puissance disponible se calcule à l'aide la formule :

$$P_{\text{disponible}} = \frac{1}{2} \times \rho \times S \times V^3$$

où

- ρ est la densité de l'air (l'industrie éolienne utilise la valeur $1,225 \text{ kg/m}^3$),
- S est l'aire de la surface balayée par les pales de l'éolienne (en m^2), c'est-à-dire l'aire d'un disque dont le diamètre D est celui de l'éolienne (en m),
- V la vitesse du vent (en m/s).



D'après les principes de la mécanique, la valeur maximale du coefficient de performance C_p est $\frac{16}{27}$.

1. Dans cette question, l'éolienne considérée a pour diamètre $(110 + 3 \times u_4)$ m et pour coefficient de performance 0,52.

- a. Calculer l'aire de la surface balayée par les pales de cette éolienne.
- b. Montrer que la puissance récupérable de cette éolienne, exprimée en watt, est

$$P_{\text{récupérable}} = K \times \pi \times V^3$$

où K est une constante à déterminer.

- c. En déduire la puissance récupérable, exprimée en kilowatt, de cette éolienne pour un vent de $(3 \times u_5)$ m/s. On arrondira le résultat au centième.
- d. Par quoi est multipliée la puissance récupérable 27 lorsque la vitesse du vent est multipliée par $(2 \times u_5)$? Expliquer.
- e. La puissance récupérable de cette éolienne est-elle proportionnelle à la vitesse du vent? Justifier.
2. Trouver le plus petit entier naturel N tel que, d'après les données de l'énoncé, pour une éolienne de diamètre D , on a

$$P_{\text{récupérable}} < \frac{1}{100} \times N \times D^2 \times V^3.$$

3. Trouver $a, b, c \in \mathbf{R}$ tels que

$$ax^2 + b \times x + c = (x + u_1)^2 - u_2^2.$$

Résoudre alors

$$ax^2 + b \times x + c = 0.$$

Partie C : Étude de la production éolienne en France une année AAAA donnée

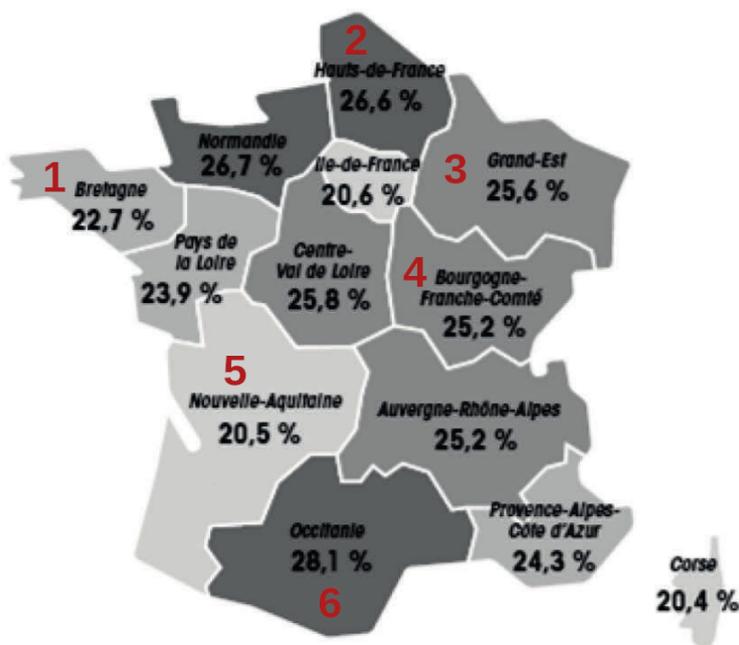
On appelle puissance nominale d'une éolienne la puissance électrique maximale qu'elle peut fournir.

L'énergie électrique produite par l'éolienne sur une durée t se calcule en multipliant la puissance nominale P de l'éolienne par la durée t considérée et un facteur de charge f qui dépend de la région. Cette énergie électrique est notée E . Ainsi,

$$E = P \times t \times f.$$

Si la puissance nominale est exprimée en watt (W) et le temps en heure (h), l'énergie électrique sera exprimée en Watt-heure (Wh).

1. La carte représentée ci-dessous donne, suivant les régions, le facteur de charge l'année AAAA pour la production éolienne :



- a. On considère une éolienne de puissance nominale $3 \times u_6$ MW implantée en région numérotée u_6 . Calculer, en MWh, l'énergie électrique produite durant l'année AAAA par cette éolienne.

On rappelle que 1 mégawatt est égale à 1 million de watts ou encore que $1\text{MW} = 10^6 \text{ W}$.

b. L'énergie électrique totale produite l'année AAAA par un industriel qui possède un parc éolien est de $(2 + \frac{u_7}{10}) \times 10^6$ MWh. Le facteur de charge moyen pour le parc de cet industriel est de $(20 + u_8)\%$. Calculer la puissance nominale totale de ce parc éolien.

2. L'énergie électrique totale produite par l'éolien en France l'année AAAA est d'environ $(20 + u_9) \times 10^6$ MWh. Sachant que le taux moyen de couverture de la production d'énergie électrique en France l'année AAAA par la production éolienne est de $(5 + \frac{u_{10}}{10})\%$, calculer l'énergie électrique produite au total en France l'année AAAA. Arrondir le résultat au million de MWh.

3. Trouver $a, b, c \in \mathbf{R}$ tels que

$$ax^2 + b \times x + c = (x + u_3)^2 - (x - u_4)^2.$$

Résoudre alors

$$ax^2 + b \times x + c = 0.$$