Université de Rennes
UFR Mathématiques
2023-2024

Parcours d'Accès Spécifique Santé (PASS)
Option Mathématiques

Partie analyse (CMP3 et CMP4) - Mineure Maths - PASS
Contrôle continu 1 - 90 minutes

Les réponses sont justifiées.

CMP3

Exercice 1 Donner un encadrement du nombre π en le justifiant.

Exercice 2 Soit $x, y \in \mathbf{R}$ et $z = x + iy \in \mathbf{C}$. On suppose que $z \notin (-\infty, 0]$ c'est à dire que z n'est pas un réel négatif ou nul.

1/ Montrer que les racines réelles $\sqrt{x^2+y^2}$ et $\sqrt{x+\sqrt{x^2+y^2}}$ sont bien définies.

2/ On pose $X = \dfrac{\sqrt{x+\sqrt{x^2+y^2}}}{\sqrt{2}}$, $Y = \dfrac{y}{\sqrt{2}\sqrt{x+\sqrt{x^2+y^2}}}$ et $Z = X + iY$. Montrer que Z est bien défini et calculer Z^2.

Exercice 3 Résoudre dans $\mathbf{C}$ l'équation $z^2 - (5+2i)z + (9+7i) = 0$ d'inconnue z [il pourra être utile d'utiliser l'égalité $17^2 = 289$].

CMP4

Exercice 1 Soit f de $\mathbf{N}$ dans $\mathbf{N}$ définie par $f(n) = 2n$. Est-elle injective ? Est-elle surjective ?

Exercice 2 Si $n \in \mathbf{N}$ et $p \in \mathbf{N}$ tel que $0 \leq p \leq n$ on pose $\dbinom{n}{p} = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$.

1/ Montrer que $\dbinom{n}{p} = \dbinom{n}{n-p}$.

2/ Montrer que si $p < \dfrac{n}{2}$ alors $\dbinom{n}{p} \leq \dbinom{n}{p+1}$.

3/ Donner un $p_0 \in \mathbf{N}$ tel que $\dbinom{n}{p} \leq \dbinom{n}{p_0}$ quel que soit $p \in \mathbf{N}$ vérifiant $0 \leq p \leq n$.

Exercice 3 On considère les vecteurs $u = (3,1)$, $v = (5,2)$, $w = (4,4)$.

1/ Montrer que (u, v) est une base de $\mathbf{R}^2$.

2/ Trouver des réels λ et μ tels que $\lambda u + \mu v = w$.