Université de Rennes I **Licence de Mathématiques**

Géométrie affine (E05) **Mardi 14 décembre 2004**

Contrôle continu n^{o}3 bis - 30mn

Les documents, ordinateurs, téléphones et calculatrices sont interdits.
Écrire votre nom et répondre sur cette feuille.

Nom :

1 (5pts) Définition du barycentre.

2 (5pts) Soit (a, b, c) un triangle et a', b', c' les milieux de $(b, c), (c, a), (a, b)$. Montrer à l'aide de barycentres que les médianes aa', bb' et cc' sont concourantes.

3 (5pts) Soient a, b, c, d quatre points distincts de $\mathbf{R}^2$ qui sont trois à trois non alignés et $\mathcal{A}$ une application affine différente de l'identité. Donner une condition nécessaire et suffisante pour que $\mathcal{A}(a) = d, \mathcal{A}(b) = c, \mathcal{A}(c) = b$ et $\mathcal{A}(d) = a$. Même question avec $\mathcal{A}(a) = c, \mathcal{A}(b) = d, \mathcal{A}(c) = a$ et $\mathcal{A}(d) = b$ puis avec $\mathcal{A}(a) = b, \mathcal{A}(b) = c, \mathcal{A}(c) = d$ et $\mathcal{A}(d) = a$. Généraliser au cas où $\mathcal{A}(\{a, b, c, d\}) = \{a, b, c, d\}$.

4 (5pts) Soit $\mathcal{A} : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ affine et $x \in \mathbf{R}^2$ tels que $(x, \mathcal{A}(x), \mathcal{A}^2(x))$ repère affine et $\mathcal{A}^3(x) = x$.
a. Montrer que $\mathcal{A}^3$ est l'identité de $\mathbf{R}^2$.
b. Montrer qu'il existe $o \in \mathbf{R}^2$ tel que $\mathcal{A}(o) = o$.
c. Montrer que la partie linéaire A de $\mathcal{A}$ n'a pas de valeurs propres réelles.