**Université de Rennes I** **Licence de Mathématiques**

**Géométrie affine (D05)** **Mardi 25 octobre 2005**

**Contrôle continu n$^o$2 - 30mn**

**Les documents, ordinateurs, téléphones et calculatrices sont interdits.**

**Nom :**

**1** (8pts) Définition d'une application affine et énoncé du théorème d'incidence.

**2** (3pts) Soient $a,b,c,d \in \mathbf{R}^3$ distincts. Montrer que $(a,(\overrightarrow{ab},\overrightarrow{ac},\overrightarrow{cd}))$ est un repère si $ab$ et $cd$ ne sont pas dans un même plan.

**3** (4pts) Soit $a,b,c,a',b',c' \in \mathbf{R}$ tels que $\det\left(\begin{smallmatrix} a a' \\ b b' \end{smallmatrix}\right) \neq 0$. Montrer qu'il existe $(x,y) \in \mathbf{R}^2$ unique tel que $ax+by=c$ et $a'x+b'y=c'$. En déduire que des droites affines et non parallèles de $\mathbf{R}^2$ ont un unique point commun.

**4** (5pts) Soit un plan affine $\mathcal{P}$ de $\mathbf{R}^3$, $(a_1,a_2,a_3),(b_1,b_2,b_3),(c_1,c_2,c_3) \in \mathcal{P}$ non alignés et $x=(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3$.

On suppose que

$$\Delta = \det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \neq 0.$$

Montrer que $x \in \mathcal{P}$ si et seulement si

$$f(x) = \det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & x_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & x_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & x_3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 0.$$