

Nom et Prénom :

**Le candidat composera sur cette feuille. Les calculatrices et tous les documents sont autorisés. L'usage du téléphone portable est interdit. La communication avec l'extérieur ou avec les autres candidats est interdite pendant l'épreuve.**

**CORRIGÉ**

**Exercice 1**

On considère les données statistiques suivantes qui correspondent au nombre d'impacts sur les carrosseries d'une petite flotte automobile.

Nombre d'impacts	0	1	2	3	4
Voitures concernées	47	32	23	18	5

Compléter les tableaux

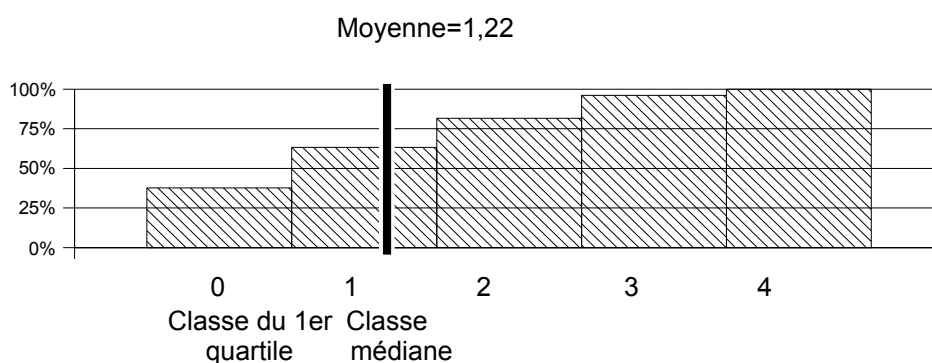
Étendue	Effectif total	Moyenne	Variance	Écart-type
-121	125	1,22	1,45	1,2

Classe	0	1	2	3	4
Fréquence cumulée	38%	63%	82%	96%	100%

Classe médiane	Classe du 1er quartile
1	0

Effectif moyen d'une classe
25

Représenter un histogramme des fréquences cumulées sur lequel on pourra lire la moyenne, la classe médiane et la classe du 1er quartile.



**Exercice 2**

Répartition d'une population suivant certains caractères.

Sportifs licenciés	Retraités	Salariés en activité	Femmes	Agés de moins de 40 ans	Hommes retraités
25%	15%	75%	45%	55%	10%

La population comporte 300 retraités. Quel est l'effectif de la population?

2000
------

On suppose que la probabilité d'être femme est indépendante d'avoir 40 ans ou moins.

Quelle est la probabilité d'être une femme de plus de 40 ans? 20%

On suppose que la probabilité d'être un salarié en activité qui est sportif licencié est de 15%.

Est ce que être un salarié en activité et être un sportif licencié sont des événements indépendants? NON

Pourquoi?

Si être un salarié en activité (probabilité  $p_1=75\%$ ) et être un sportif licencié (probabilité  $p_2=25\%$ ) étaient des événements indépendants alors la probabilité  $p_3$  d'être un salarié sportif licencié serait de  $p_3=p_1 \times p_2$  c'est à dire  $p_3=19\%$ . Or  $p_3=15\%$  donc il n'y a pas indépendance des deux événements.

Quelle est la probabilité qu'un retraité pris au hasard soit un homme? 67%

Quelle est la probabilité qu'un homme pris au hasard soit un retraité? 18%

On suppose que la probabilité qu'un homme pris au hasard soit un sportif licencié est de 15%.

Quelle est la probabilité pour qu'un sportif licencié soit un homme? 33%

**Exercice 3**

Une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi normale  $N(5,4)$ . Calculer les probabilités suivantes.

$P(X < 6)$	$P(X < 0)$	$P(3 < X < 7)$	$P(1 < X < 8)$
69,15%	0,62%	68,27%	91,04%

Rechercher  $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5$  qui vérifient :

$P(X < L_1) = 0,9$	$P(X < L_2) = 0,3$	$P(X > L_3) = 0,2$	$P(5 - L_4 < X < 5 + L_4) = 0,4$
7,56	3,95	6,68	1,05

**Exercice 4**

Le service de la répression des fraudes prélève un échantillon de 401 bouteilles de vins. Il observe que le volume mesuré sur l'échantillon suit une distribution gaussienne de moyenne 76 cl et d'écart-type 1 cl.

Déterminer un intervalle de confiance de la forme  $]76 - L, 76 + L[$  tel qu'il contient le volume moyen de la production avec un risque de 5%. ]75,9, 76,1[

Combien de bouteilles de l'échantillon ont un volume au moins égal à 75 cl? 336

**Exercice 5**

Deux instituts de sondage livrent leurs conclusions. Le premier institut a sondé un échantillon de 626 personnes et le second un échantillon de 226 personnes. 55% des personnes du premier échantillon et 60% des personnes du second échantillon estiment qu'Orange mécanique est le meilleur film de Stanley Kubrick.

Peut-on estimer avec un risque de 5% que les deux échantillons sont issus de populations qui jugent de façon comparable Orange mécanique?

OUI

Pourquoi?

Si c'est le cas alors la différence  $f_1 - f_2$  des fréquences des deux échantillons suit une loi normale centrée et de variance  $0,55 \times 0,45 / 625 + 0,60 \times 0,40 / 225 = 0,0015$ . Or si une variable aléatoire  $X$  suit une telle loi alors la probabilité que  $X$  soit dans l'intervalle  $]-7,5\%, 7,5\%[$  est de 5%. Puisque c'est le cas de  $f_1 - f_2$  qui vaut 5% on peut estimer avec un risque de 5% que les deux échantillons sont issus de populations qui jugent de façon comparable Orange mécanique.

### Exercice 6

Sur l'ensemble du parc automobile français, la distance parcourue par an par une voiture suit une loi normale. La distance annuelle moyenne est de 15000 km et l'écart-type de 3000 km. On suppose aussi qu'une voiture fait tous les ans la même distance. La vidange est préconisée tous les 20000 km et au plus tard tous les 2 ans.

Quelle proportion de voitures fait au moins deux vidanges dans l'année?

0,00%

Quelle proportion de voitures fait la vidange avant les 20 000 km?

0,04%

### Exercice 7

On considère un jeu de hasard dans lequel la probabilité de gagner 3 est de 0,25 et celle de perdre -1 est de 0,75.

Calculer l'espérance et la variance de ce jeu.

Espérance	Variance
0	1,5

On répète ce jeu 1000 fois de façon indépendante et on note  $X$  la variable aléatoire qui correspond à la somme des gains (comptés positivement) et des pertes (comptées négativement) au cours des 1000 parties.

Quels sont les valeurs des paramètres (espérance, variance) de la loi normale qui permet d'approximer la loi suivie par  $X$ ?

Espérance	Variance
0	1500

### Exercice 8

On considère un jeu de hasard dans lequel la probabilité de gagner 1 est de 0,3.

Calculer l'espérance et la variance de ce jeu.

Espérance	Variance
0,3	0,21

On répète ce jeu 10 fois de façon indépendante et on note  $X$  la variable aléatoire qui correspond à la somme des gains au cours des 10 parties.

Calculer la probabilité  $P(X=4)$ .

20%

### Exercice 9

Un aventurier a le choix entre deux équipements de survie. La probabilité d'avoir besoin de l'équipement qui sera retenu de façon vitale est de 5%. S'il choisit le premier équipement, la probabilité de survie avec cet équipement s'il est utilisé est de 90%. La probabilité de se le faire voler avant d'en avoir eu besoin est de 10%. S'il choisit le deuxième équipement, la probabilité de survie avec cet équipement s'il est utilisé est de 85%. La probabilité de se le faire voler avant d'en avoir eu besoin est de 5%.

Selon les différents paramètres indiqués, calculer la probabilité de survie à l'issue de l'expédition

	Avec le premier équipement	Avec le second équipement
Probabilité de survie à l'issue de l'expédition	99,05%	99,04%