Université de Rennes 1
UFR Mathématiques
2021-2022

Parcours d'Accès Spécifique Santé (PASS)
Option Mathématiques

Compléments maths PASS 3 (CMP3)

Complexes. Techniques de calcul en analyse (dont primitives)

Contrôle continu 1 - 45 minutes

Traiter au choix trois exercices.

Les réponses sont justifiées.

1/ Soit z un nombre complexe de module 1. On note x sa partie réelle et y sa partie imaginaire.

1/ Démontrer l'égalité $x^2+y^2=1$.

2/ En déduire les inégalités $-1 \leq x \leq 1$ et $-1 \leq y \leq 1$.

3/ On suppose de plus $x \neq -1$. Montrer que w= $\left(\sqrt{\frac{1+x}{2}}\right)+i\left(\frac{y}{\sqrt{2(1+x)}}\right)$ vérifie $w^2=z$.

2/ On admet que si $x \in \mathbf{R}^+$ alors $\exp(x)-x-1 \geq 0$.

- Montrer que si $x \in \mathbf{R}^+$ alors $\exp(2x) \geq 1+2x+x^2$.

- Montrer que si $x>0$ alors $\frac{\exp(x)}{x} > \frac{1}{4}x$.

3/ Démontrer que la fonction tangente est dérivable et que si $x \in \mathbf{R}$ et $\frac{x}{2\pi}$ n'est pas un entier relatif alors

$$\tan'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)} = 1+\tan^2(x).$$

4/ Calculer le module et l'argument de $u=\sqrt{6}+i\sqrt{2}$ et de $v=1+i$ et en déduire le module et l'argument de $w=\frac{v}{u}$.

5/ Effectuer la division euclidienne de $P(X)=X^3-2X^2+X-2$ par $Q(X)=X^2+1$ et en déduire que $P(X)=(X-2)(X-i)(X+i)$.