Université de Rennes 1
UFR Mathématiques
2020-2021

Parcours d'Accès Spécifique Santé (PASS)
Option Informatique et option Mathématiques

Compléments maths PASS 1 (CMP1)

Raisonnement et vocabulaire ensembliste

Résumé des séances

06/01. La partie 1 du polycopié est donnée.

Les premières pages du polycopié, jusqu'aux notions d'intersection et de réunion, sont abordées et illustrées par des exemples. Les notions d'ensemble, d'élément, d'appartenance, de vide, d'inclusion, de sous-ensemble, de partie, de singleton sont abordées. Le fait que les objets de la théorie des ensembles sont considérés parfois comme ensembles et parfois comme objet est discuté.

Des exemples de la vie mathématique sont donnés et en particulier les sous-ensembles remarquables de l'ensemble des nombres réels, comme ceux des entiers naturels, des entiers relatifs et des rationnels, sont donnés. Il est établi que ces ensembles sont tous différents : -1 est un entier relatif qui n'est pas naturel, $0,5$ est un nombre rationnel qui n'est pas un entier relatif, $\sqrt{2}$ est un nombre réel qui n'est pas un nombre rationnel. Ce dernier fait est démontré. C'est l'occasion de faire de l'arithmétique (être ou ne pas être divisible par 2) et de montrer un raisonnement par l'absurde. Il est aussi prouver qu'un nombre réel est un nombre rationnel si et seulement si son écriture décimale est périodique. Les questions 1 et 3 de l'exercice 1 du polycopié sont résolues.

Il est demandé de réfléchir à la résolution de l'exercice 2 du polycopié.

Les notes écrites en cours avec la tablette sont accessibles dans l'espace documentaire associé à l'équipe PASS Maths CMP1 et CMP3 de Teams.

13/01. L'exercice 2 (partie 1 du polycopié) est corrigé. Les notions de différence, complémentaire, différence symétrique et produit d'ensembles sont expliquées. La séance s'achève par la résolution de la première partie de l'exercice 5. C'est l'occasion de donner quelques propriétés des cardinaux et d'expliquer pourquoi l'ensemble des parties d'un ensemble à n éléments compte 2^n éléments.

Il est demandé de réfléchir à la résolution de l'exercice 6 (si on ne connaît pas les complexes on peut raisonner dans le cas où E est un plan avec une origine O (le plan de la feuille), A est un disque de rayon 1 et de centre O, B est un demi-plan disque bordé par la droite verticale qui passe par $(1,0)$), l'exercice 8, l'exercice 9, l'exercice 12 et l'exercice 13 du polycopié.

La partie 2 du polycopié est ajoutée à la partie 1.

Les notes écrites en cours avec la tablette sont accessibles dans l'espace documentaire associé à l'équipe PASS Maths CMP1 et CMP3 de Teams.

20/01. La séance est consacrée à la résolution partielle des exercices 6, 8, 9, 12 et 13.

Il est demandé de reprendre les solutions proposées pendant cette séance.

En CMP1 comme en CMP3 le contrôle sera composé de variantes simplifiées d'exercices ou d'exemples qui ont pu être traités en cours (voir les notes écrites sur la tablette). Chaque fois le contrôle sera accessible mais permettra tout de même de différencier les étudiants. Il comptera plusieurs petites questions plutôt que de rares questions qui nécessiteraient chacune un développement long.

Il ne faut pas hésiter à poser des questions pendant les cours de CMP1 et CMP3.

Les notes écrites en cours avec la tablette sont accessibles dans l'espace documentaire associé à l'équipe PASS Maths CMP1 et CMP3 de Teams.

27/01. La première partie de la séance est consacrée à la résolution de l'exercice 14.

Le cours débute un nouveau chapitre sur les énoncés en mathématiques. C'est l'occasion de présenter dans le détail la définition de limite finie d'une suite (sous trois formes, deux littéraires, une avec une formule mathématique quantifiée). Il est montré comment utiliser ces définitions rigoureuses pour démontrer que la suite définie par $u_n = \dfrac{1}{1+n}$ si $n \in \mathbf{N}$ a pour limite 0.

Les notions de quantificateurs existentiel ($\exists$ et sa variante $\exists!$, le "il existe" et le "il existe un unique") et universel ($\forall$, le "pour tout"), de proposition, de négation de construction de propositions avec "et" et "ou", d'implication et d'équivalence sont introduites.

Il est conseillé de lire le polycopié jusque la page 17.

Les deux promotions (info et maths) sont informées que l'usage de la calculatrice ne sera pas autorisé pendant les contrôles et examens de CMP1, CMP2, CMP3 et CMP4.

Les notes écrites en cours avec la tablette sont accessibles dans l'espace documentaire associé à l'équipe PASS Maths CMP1 et CMP3 de Teams.

03/02. La séance est une séance de cours. On y explique les notions de proposition (avec variables), de négation, de conjonction (et), de disjonction (ou inclusif), d'implication et d'équivalence, de table de vérité. On montre à l'aide d'exemple une relation esquissée entre ces notions et la géométrie et avec les ensembles et sous-ensembles (figurés par des patates et des sous-patates).

Il est conseillé de lire le polycopié jusque la page 17.

Il n'y aura pas d'enseignement de CMP1 et CMP3 les 9 et 10 février. Les prochaines séances auront lieu les 16 et 17 février.

Les notes écrites en cours avec la tablette sont accessibles dans l'espace documentaire associé à l'équipe PASS Maths CMP1 et CMP3 de Teams.

17/02. La séance est consacrée à la correction collective des 5 premiers exercices d'entraînement.

C'est l'occasion d'établir les inégalités $3 < \pi < 4$ à l'aide de la géométrie et d'expliquer les principes du raisonnement par récurrence.

On m'a fait observer qu'il était indiquer dans le polycopié "Les tables de vérité données dans cette partie sont utiles pour connaître la valeur d'une proposition (dans quels cas est-elle vraie ou fausse), mais ne servent pas pour démontrer une proposition". Ceci signifie que les tables de vérité ne permettent que d'établir des propriétés très générales, de grands principes de raisonnement, mais elles ne servent pas à résoudre des problèmes mathématiques spécifiques, en particulier des problèmes d'arithmétique (sur les nombres entiers et rationnels), d'algèbre (sur les polynômes, les fractions rationnelles ou les matrices), de géométrie ou d'analyse (sur les nombres réels, les fonctions numériques de la variable réelles).

Un corrigé complet et (trop) détaillé des dix exercices d'entraînement de CMP1 est mis en ligne dans l'espace documentaire associé à l'équipe PASS Maths CMP1 et CMP3 de Teams.

Pour le 24 février, on peut reprendre sa lecture du polycopié et travailler les 5 derniers exercices de la feuille d'entraînement.

L'ensemble de la promotion est informé que le premier contrôle continu de Maths-Analyse aura lieu le 17 mars, en salle ou amphi. Il durera 90 minutes, la moitié concernera CMP3 et l'autre moitié CMP4. Le même jour est programmé le premier contrôle continu de Mahs-Algèbre, en salle ou amphi. Il durera 90 minutes, la moitié concernera CMP1 et l'autre moitié CMP2.

Les notes écrites en cours avec la tablette sont accessibles dans l'espace documentaire associé à l'équipe PASS Maths CMP1 et CMP3 de Teams.

24/02. La séance est consacrée à la correction collective des 5 derniers exercices d'entraînement.

Des contrôles continus blancs sont proposés pour CMP1, CMP2, CMP3 et CMP4. Il est conseillé d'essayer de faire chaque contrôle en 45 minutes pour s'entraîner puis de déposer son travail dans l'espace de dépôt avant la fin des vacances suivant une procédure qui sera prochainement indiquée.

Les notes écrites en cours avec la tablette sont accessibles dans l'espace documentaire associé à l'équipe PASS Maths CMP1 et CMP3 de Teams.

10/03. La séance est consacrée à la correction du contrôle continu blanc.

La semaine prochaine il n'y aura ni CMP1 ni CMP3 et les contrôles auront lieu pendant les séances de CMP2 et CMP4 qui sont programmées dans le logiciel d'emploi du temps.

Les notes écrites en cours avec la tablette sont accessibles dans l'espace documentaire associé à l'équipe PASS Maths CMP1 et CMP3 de Teams.

24/03. La première partie de la séance est consacrée à la correction sommaire du contrôle continu. Les copies de CMP1 mais aussi celles de CMP3 sont proposées pour consultation. Les moyennes provisoires et indicatives de l'ensemble sont communiquées avec les réserves d'usage : 6,93 en CMP1, 5,59 en CMP2, 7,25 en CMP3 et 6,28 en CMP4.

La partie cours est le début d'une introduction aux notions d'application, d'image, d'antécédent, d'injection, de surjection, de bijection, de composition, de restriction, de prolongement.

Les définitions abstraites d'application et de graphe fonctionnel sont donnés. Des exemples dans le cas numérique sont fournis. Une digression à propos de la notion de dérivée est suivie de l'intérêt de prolonger en 0 l'application de $\mathbf{R}^*$ dans $\mathbf{R}$ qui a x associe $\dfrac{\sin(x)}{x}$. Les notions d'image d'un élément ou d'un sous-ensemble sont définies et illustrées.

Le groupe Bourbaki est évoqué et ainsi que son rôle dans les mathématiques contemporaine. Il est aussi indiqué qu'un des fondateurs de ce groupe, Jean Dieudonné, fut enseignant à la Facultés des sciences de Rennes (1931-1937) et que c'est à cette période que le fameux groupe qui révolutionna les mathématiques a été fondé (1934).

Une version complète du polycopié est fournie. Elle fait 82 pages mais il ne s'agit pas de les lire toutes. Ce qui est traité actuellement en séance est en lien avec la quatrième partie qui va de la page 34 à la page 45.

Les résultats indicatifs du premier contrôle sont communiqués via l'espace d'enseignement à distance de l'université de Rennes 1 (`https://foad.univ-rennes1.fr`)

Les notes écrites en cours avec la tablette sont accessibles dans l'espace documentaire associé à l'équipe PASS Maths CMP1 et CMP3 de Teams.

31/03.

La séance qui dure 3 heures est une séance de cours. On explique les notions d'image d'un élément par une application, d'image d'un sous-ensemble, d'antécédent d'un élément, d'image réciproque (ou contre-image ou encore d'antécédent) d'un sous-ensemble. On définit ce qu'est une injection, une surjection, une bijection, la composée d'applications, une réciproque, l'application identité. On montre l'associativité de la composition des applications c'est à dire l'égalité $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$, l'unicité de la réciproque, l'équivalence entre être bijection et avoir une réciproque. Toutes ces notions sont illustrées d'exemples et de contre-exemples.

La dernière séance abordera les notions de restriction, de prolongement, le raisonnement par récurrence et les manipulations des signes sommes et des indices.

Les notes écrites en cours avec la tablette sont accessibles dans l'espace documentaire associé à l'équipe PASS Maths CMP1 et CMP3 de Teams.

07/04.

La séance qui dure 3 heures est une séance de cours. On explique les notions de restriction et de prolongement d'une application. On montre à titre d'exemple qu'il existe un unique polynôme de degré 2 qui est le prolongement sur $\mathbf{R}$ entier à la fonction g définie sur $[0,1]$ par $g(x) = x^2 + 3x$.

On revient en détaillant la notion de raisonnement par récurrence expliquée sur un exemple le 17/02. On explique pourquoi ce raisonnement dû à Pascal fonctionne. On donne des exemples pour l'illustrer : on montre que si $x \geq 0$ et $n \in \mathbf{N}$ alors $(1+x)^n \geq 1 + nx$ et $n! \geq n$. On insiste sur le fait que pour faire un raisonnement par récurrence, chacune des deux étapes, la vérification au rang 0 et l'hérédité, sont incontournables pour conclure.

La notion de suite, numérique ou pas, et les symboles $\sum$ et $\prod$ sont définis. L'usage de ces derniers est illustré dans les calculs de $\sum_{k=0}^{n} k$ et de $\prod_{k=1}^{n} k$.

On revient sur le raisonnement par récurrence dans le cadre de propriétés indexées par $n \geq N$ où N est un entier qui n'est plus nécessairement 0. On revient aussi sur l'équivalence de $A = B$ et $C \times A = C \times B$ ou $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$ lorsque $C \neq 0$.

Le deuxième est dernier contrôle continu portera sur l'ensemble de ce qui a été vu en CMP1 ce semestre. Deux sujets blancs avec corrigés seront proposés pour que chacun puisse s'entraîner.

Les notes écrites en cours avec la tablette sont accessibles dans l'espace documentaire associé à l'équipe PASS Maths CMP1 et CMP3 de Teams.