

## Compléments maths PASS 1 (CMP1)

### *Raisonnement et vocabulaire ensembliste*

### Contrôle continu blanc 2 - 45 minutes

Traiter au choix cinq exercices.

Les réponses sont justifiées.

1/ On suppose que  $|x - 1| \leq 2$  et que  $-5 \leq y \leq -4$ . Encadrer les quantités suivantes :

$$1) x + y \quad 2) x - y \quad 3) xy \quad 4) \frac{x}{y} \quad 5) |x| - |y|.$$

2/ Soient  $I \subset \mathbb{R}$  un intervalle et  $f$  une application de  $I$  dans  $\mathbb{R}$ . Exprimer les prédicats suivants à l'aide de quantificateurs et donner leur négation :

- L'application  $f$  n'est pas de signe constant sur  $I$ .
- L'application  $f$  est majorée sur  $I$ .
- L'intervalle  $I$  est inclus dans  $]1, 2[$ .

3/ Soient  $a$  et  $b$  deux réels tels que  $(\forall \varepsilon \in \mathbb{R}_+^*, a < b + \varepsilon)$ .

Montrer, en utilisant un raisonnement par l'absurde, qu'alors  $a \leq b$ .

4/ On suppose que les sous-ensembles  $A_1, A_2, A_3, A_4$  forment une partition de l'ensemble  $E$ . Donner toutes les partitions de  $E$  avec des sous-ensembles qui sont des réunions de certains des  $A_i$  ?

5/ Soit  $f$  l'application de  $\mathbb{R}$  dans  $] -1, 1[$  définie par  $f(x) = x/(1 + |x|)$ . Montrer que  $f$  est bien définie, qu'elle est bijective et déterminer sa fonction réciproque  $f^{-1}$ .

6/ Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$  supérieur ou égal à 1, on a

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$