

## Compléments maths PASS 1 (CMP1)

### *Raisonnement et vocabulaire ensembliste*

### Contrôle continu blanc 1 - 45 minutes

Les réponses sont justifiées.

1/ Soit  $X$  un ensemble qui est défini par les conditions suivantes :

1/  $X \subset \mathbf{N} \times \mathbf{N}$ ;

2/ si  $(x, y) \in X$  alors  $x^2 + y^2 \leq 100$ ;

3/ si  $(x, y) \in X$  alors  $x^2 < 10 \times y$ .

Donner tous les éléments de  $X$ .

2/ Soit  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ . On dit que  $f$  vérifie la propriété (\*) si

$$\forall x \in \mathbf{R} \forall y \in \mathbf{R} |f(x) - f(y)| \leq 2|x - y|.$$

1/ Écrire en langage courant cette propriété.

2/ Vérifier que la fonction  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$  définie par  $f(x) = 3x$  si  $x \in [0, 1]$  ne vérifie pas (\*).

3/ Montrer que si  $x, y \in [0, 1]$  alors  $x^2 - y^2 = (x + y) \times (x - y)$  et que  $|x + y| \leq 2$ .

4/ Vérifier que la fonction  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$  définie par  $f(x) = x^2$  si  $x \in [0, 1]$  vérifie (\*).

3/ Montrer par récurrence sur  $n \in \mathbf{N}$  que si  $x$  est un réel strictement positif alors  $(1 + x)^n \geq 1 + nx$ .