

Compléments maths PASS 1 (CMP1)

Raisonnement et vocabulaire ensembliste

Contrôle continu blanc 2 (1) - 45 minutes

Les réponses sont justifiées.

1/ Donner la liste complète des partitions de $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ formées de sous-ensembles à deux éléments.

2/ a) Montrer que si $n \in \mathbf{N}$ alors

$$\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 - \left(\frac{n(n-1)}{2}\right)^2 = n^3.$$

b) En utilisant la question a) et en raisonnant par récurrence, montrer que si $n \in \mathbf{N}$ alors

$$\sum_{k=0}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2.$$

3/ Soit $f : \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{N}$ de la façon suivante. Si $k \in \mathbf{Z}$ vérifie $k \geq 0$, c'est à dire si $k \in \mathbf{N}$ alors $f(k) = 2k$ et si $k \in \mathbf{Z}$ vérifie $k < 0$, c'est à dire si $k \in \mathbf{Z} \setminus \mathbf{N}$ alors $f(k) = -2k - 1$.

1/ Montrer que f est injective.

2/ Montrer que f est surjective.