Université de Rennes I | **Licence de Mathématiques**
Géométrie affine (E05) | **Vendredi 3 décembre 2004**

Contrôle continu n^{o}3 - 30mn

Les documents, ordinateurs, téléphones et calculatrices sont interdits.
Écrire votre nom et répondre sur cette feuille.

Nom :

1 (5pts) Définition et calcul du birapport de quatre réels.

2 (5pts) Soient $\delta, \delta' \subset \mathbf{R}^2$ deux droites concourantes a_1, a_2, a_3, a_4 quatre points distincts de δ et a'_1, a'_2, a'_3 trois points distincts de δ'. Construire à la règle et au compas l'éventuel point $a'_4 \in \delta'$ tel que $[a_1, a_2, a_3, a_4] = [a'_1, a'_2, a'_3, a'_4]$. On pourra traiter d'abord les cas où $a_1 = a'_1$ et distinguer suivant que $a_2a'_2$ et $a_3a'_3$ sont ou non parallèles. On donnera un exemple où a'_4 n'existe pas.

3 (5pts) Soit (a, b, c) un repère affine de $\mathbf{R}^2$. Existence et unicité de (a', b', c') tels que a soit le milieu de (b', c'), b le milieu de (c', a') et c le milieu de (a', b').

4 (5pts) Soit $\mathcal{A} : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$ affine. On suppose qu'il existe $p \in \mathbf{N}$ et $x \in \mathbf{R}^n$ tels que $\mathcal{A}^p(x) = x$.
a. Montrer que l'isobarycentre g de $x, \mathcal{A}(x), ..., \mathcal{A}^{p-1}(x)$ est un point fixe de $\mathcal{A}$.
b. On supose $p = n + 1$ et $(x, \mathcal{A}(x), ..., \mathcal{A}^n(x))$ repère affine. Que dire de $\mathcal{A}^{n+1}$?