Université de Rennes 1 Année 2006-2007
UFR Mathmatiques
MIPE L1, Module A01

Feuille d'exercices 5

Exercice 1 Calculer les primitives suivantes.

(a) $\displaystyle\int x \cdot \sinh(x)\ dx$ (b) $\displaystyle\int x^2 \cdot e^x\ dx$ (c) $\displaystyle\int x^2 \cdot \cosh(3x)\ dx$

(d) $\displaystyle\int x \cdot (\ln(x))^2\ dx$ (e) $\displaystyle\int x^2 \cdot \cos(x)\ dx$ (f) $\displaystyle\int x \cdot \mathrm{Arctan}(x)\ dx$

(g) $\displaystyle\int x \cdot \cos^2(x)\ dx$ (h) $\displaystyle\int \sqrt{x}\ln(\sqrt{x})\ dx$ (i) $\displaystyle\int (x+1) \cdot e^x \cdot \ln(x)\ dx$

(j) $\displaystyle\int \mathrm{Arccos}(x)\ dx$

Exercice 2 Utiliser l'intégration par parties pour déterminer $\int e^{ax}\cos(bx)\ dx$.

Exercice 3 Calculer la primitive $\int \sec^3(x)\ dx$ en écrivant $\sec^3(x) = \sec(x) \cdot \sec^2(x)$, et en utilisant l'intégration par parties.

Exercice 4 Trouver une formule récursive pour

$$I_n := \int_1^e x \cdot (\ln(x))^n\ dx.$$

En utilisant cette formule, calculer $\int_1^e x \cdot (\ln(x))^4\ dx$.

Exercice 5 Soit

$$I_n := \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n(x)\ dx.$$

En écrivant $\cos^n(x) = \cos(x) \cdot \cos^{n-1}(x)$, démontrer que

$$I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}.$$

En utilisant cette formule récursive calculer $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^8(x)\ dx$.

Exercice 6 Utiliser MAPLE pour trouver une formule récursive pour

$$\int_0^1 x^n e^{2x}\ dx.$$

En utisant la formule ainsi trouvée, calculer explicitement l'intégrale dans le cas $n = 7$.

Exercice 7 Sachant que $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$, déterminer les valeurs de $\Gamma(\frac{3}{2})$ et de $\Gamma(\frac{7}{2})$.