

Feuille d'exercices 8

Equations différentielles linéaires du second ordre

Sans second membre

Exercice 1 Trouver les solutions des équations différentielles suivantes avec les conditions initiales données.

- (a) $y'' - 5y' + 6y = 0$; $y(0) = 1, y'(0) = 4$
- (b) $y'' - 8y' + 12y = 0$; $y(0) = 0, y'(0) = 1$
- (c) $y'' - 6y' + 9y = 0$; $y(0) = 2, y'(0) = 4$
- (d) $y'' + 2y' + y = 0$; $y(0) = 1, y'(0) = 0$
- (e) $y'' - 9y' = 0$; $y(0) = 6, y'(0) = 4$
- (f) $y'' + 9y = 0$; $y(0) = y_0, y'(0) = k$
- (g) $y'' + 4y = 0$; $y(0) = 1, y'(0) = 0$
- (h) $y'' = y$; $y(0) = 0, y(1) = 0$
- (i) $y'' = -y$; $y(0) = 0, y(1) = 0$

Avec second membre polynômial

Exercice 2 Trouver les solutions des équations différentielles suivantes avec les conditions initiales données.

- (a) $y'' - 5y' + 6y = 3$; $y(0) = 1, y'(0) = 4$
- (b) $y''(x) - 8y'(x) + 12y(x) = 2x$; $y(0) = 0, y'(0) = 1$
- (c) $y'' - 6y' + 9y = x^2 + 1$; $y(0) = 2, y'(0) = 4$
- (d) $y'' + 2y' + y = x^2 - x$; $y(0) = 1, y'(0) = 0$
- (e) $y'' - 9y' = -x$; $y(0) = 6, y'(0) = 4$

Avec second membre exponentiel

Exercice 3 Trouver les solutions des équations différentielles suivantes :

- (a) $y'' + y = e^{2x}$
- (b) $y'' + y' + y = e^{3x}$
- (c) $y'' + 5y' = e^{-5x}$
- (d) $y'' - 4y = e^{\alpha x}$, avec $\alpha \in \mathbb{R}$

Exercice 4 Trouver les solutions des équations différentielles suivantes :

- (a) $y'' + y = \cos(2x)$

(b) $y'' + 3y' + y = \sin x$

Avec second membre du type $e^{\alpha x}P(x)$

Exercice 5 Trouver les solutions des équations différentielles suivantes :

- (a) $2y'' - y' - y = 4xe^{2x}$
- (b) $y'' - 4y' + 3y = x^2e^{-x}$
- (c) $y'' - 2y' + y = xe^x$

Exercice 6 Trouver les solutions des équations différentielles suivantes :

- (a) $y' - 2y' + y = x \cos x$
- (b) $y'' + y = x \sin x$
- (c) $y'' - 2y = xe^{2x} \sin x$

Superposition des solutions

Exercice 7 Trouver les solutions des équations différentielles suivantes :

- (a) $y'' - 4y' + y = x + e^{2x}$
- (b) $y'' - 2y' + 10y = \sin(3x) + e^x$
- (c) $y'' - 10y' + 25y = \operatorname{ch}(5x)$
- (c) $y'' + y = 2x \cos x \cos(2x)$

Autre

Exercice 8 Résoudre, sur \mathbb{R} , l'équation différentielle $y'' - y' - e^{2x}y = e^{3x}$.

On pourra poser $z(u) = y(x)$, avec $x = \ln u$.