

M1 MEEF PLC Maths – Rennes 1 et ESPE Bretagne Compléments d'Algèbre, géométrie et algorithmique (II) 2014-2015

Contrôle des connaissances Il y aura chaque semaine environ un contrôle continu de 15 minutes qui portera en général sur tout ce qui a pu être vu au cours de l'ensemble des séances précédentes. Le premier contrôle portera sur la suite logistique (voir la feuille d'exercices indiquée dans le courriel du 1er décembre). Il aura lieu le mardi 27 janvier. Les autres contrôles de 15 minutes auront lieu à chaque séance du jeudi (29 janvier, 5, 12 et 26 février, 12 et 19 mars). Chacun de ces contrôles fournira une note N_i . La dernière séance d'enseignement, le mardi 24 mars sera l'occasion d'un contrôle continu de rattrapage. Il durera 120 minutes. Il fournira une note R. La note finale F sera calculée de la façon suivante: $F=1/n[\max(N_1,R)+\dots+\max(N_n,R)]$ où n est le nombre de contrôles continus de 15 mn donnés.

Agenda

01/12. En vue du premier contrôle continu (27/01) il est demandé d'étudier la feuille d'exercices intitulée <http://perso.univ-rennes1.fr/jean-marie.lion/AGORAGEO/suite-logistique-capes-2014-2015.pdf> en particulier les premiers exercices.

27/01 (2h). Suite logistique. La question 4 de l'exercice 2 (rationalité et écriture périodique d'un nombre en base 2). C'est l'occasion de rappeler la définition du symbole \sum ou quelques propriétés des entiers naturels (bon ordre, existence d'un élément maximum pour tout sous-ensemble non vide et majoré d'entiers naturels).

Arithmétique. Exercices à préparer pour le 29/01 : 1, 2, 3.

Il est indiqué que le contrôle continu du 29/01 portera sur la division euclidienne et sur la rationalité et l'écriture périodique d'un nombre en base 2.

29/01 (2h). Les exercices 1 et 2 du contrôle continu du 27/01 sont corrigés.

Suite logistique. Les exercices 1 et 2 sont abordés.

Arithmétique. Plusieurs preuves sont données pour l'existence et l'unicité de la division euclidienne (pour les entiers naturels)(exercice 1). C'est l'occasion aussi de parler de la propriété d'Archimède (-287, -212) des réels.

Il est demandé de regarder les exercices 2 à 11 de la liste "quelques exercices d'arithmétique" pour les séances des 3 et 5 février (celle du 5 février durera 4 heures). Le contrôle continu du 5 février (qui aura lieu à la fin des deux premières heures, avant la pause) portera sur les exercices 9 et 10.

03/02 (2h). Arithmétique. Les exercices 9 et 10 sont traités et implicitement l'exercice 8.

Il est précisé que le 10 février et le 17 mars le cours durera 4 heures mais que les cours des 3, 5 et 10 mars sont remplacés par le cours de PRA qui durera à chaque fois 4 heures)

05/02 (4h). Arithmétique. Les définitions de groupe, anneau et corps sont données. Les exercices 2 à 6 sont traités intégralement ou en partie. Il est demandé de regarder (sans les faire nécessairement) les exercices 11 (construction de Z/nZ), 13 (les sous-groupes de Z/nZ), 14 (les restes chinois), 15 (l'indicatrice d'Euler (1707-1783)), 16 (caractérisation des entiers n tels que Z/nZ est un corps), 22 (lemme d'Euclide (autour de -300)) et 25 (décomposition en facteurs premiers).

Il est demandé de préparer (en admettant les résultats des exercices déjà cités) les exercices 12, 18, 19, 21, 23, 24, 27, 28, 29 et 30. Le contrôle continu du 12 février portera sur les exercices 21 et 24 et sur un exercice inédit (4 points).

10/02 (4h). Arithmétique. Les exercices 7, 10, 18, 19, 21, 23, 24 et 27 sont traités.

Coniques, complexes, courbes et surfaces. L'exercice 22 (volume de la sphère d'après Archimède (-287, -212)) est traité.

12/02 (2h). Arithmétique. On s'intéresse d'abord aux sous-ensembles des éléments inversibles (pour la multiplication) de certains $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ en particulier pour $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Z}/20\mathbb{Z}$. On constate que ce sont des groupes (pour la multiplication) mais pas toujours monogènes. C'est l'occasion de comparer des tables d'addition (de certains groupes additifs) à celles de multiplication (de certains groupes multiplicatifs) et de faire apparaître ainsi des isomorphismes de groupes. Les exercices 28 et 29 sont traités.

Pour la semaine du retour des vacances il est demandé de regarder (sans les faire nécessairement) les exercices 1, 2, 3, 10, 14, 15, 20 et 21 de la liste d'exercices sur les coniques, les complexes, les courbes et les surfaces et il est demandé de préparer les exercices 30 (inachevé aujourd'hui), 31, 36, 37, 38, 48, 51 de la liste d'exercices d'arithmétique. Le contrôle continu du 26 février portera sur les exercices 30 et 31 (arithmétique) et sur un exercice inédit de géométrie (8 points pour corser un peu le contrôle).

24/02 (4h). Coniques. Les coniques sont abordées suivant différents points de vue : l'ellipse du jardinier, l'ellipse image par une projection sur un plan d'un cercle de l'espace (en application la construction d'Archimède (-287, -212) de l'ellipse), les coniques obtenues en tronquant un cône de révolution (le cas de l'ellipse est discuté en détail avec un cas particulier du théorème de Dandelin (1794, 1847) et Quetelet (1796, 1874) (statisticien)), les coniques vues comme lieux des zéros de polynômes de degré 2 à deux variables réelles (et relation avec les formes bilinéaires symétriques et commentaires sur l'action d'un changement de coordonnées linéaire sur une matrice suivant que cette dernière représente un endomorphisme linéaire ou une forme bilinéaire), les coniques affines, les coniques complexes, les diamètres conjugués d'une ellipse et l'invariance de la somme de leurs carrés (Apollonius de Perge (-262,-190)).

Arithmétique. Corrections des exercices 30 (petit théorème de Fermat (1600 environ, 1665) d'après Euler (1707-1783)) et 31 (Wilson (1741,1793) d'après Gauss (1777, 1855)).

26/02 (2h). Arithmétique. Correction des exercices 36 (sauf question 3) et 37. Le théorème des restes chinois est présenté (exercice 14), en particulier son usage pratique pour résoudre des équations diophantiennes.

Pour les prochaines séances (12, 17 et 19 mars) il est demandé de faire les exercices d'arithmétique 38, 48, 51 s'ils n'ont pas été faits. Il est demandé de regarder les exercices 4, 5, 6, 16, 17, 18 de la liste d'exercices sur les coniques, les complexes, les courbes et les surfaces. Le contrôle continu du 12 mars portera sur les exercices 36 et 51 (arithmétique) et sur un exercice inédit de géométrie (8 points pour corser un peu le contrôle). Le contrôle continu final (le 24/03, 120 minutes pendant la séance) portera sur l'intégralité des notions vues pendant les séances.

12/03 (2h). Géométrie. Correction du 3e exercice du contrôle continu 5 sur la construction d'un pentagone régulier. C'est l'occasion de réviser ou de découvrir la construction à la règle et au compas d'un parallélogramme connaissant 3 de ses sommets, d'un angle droit, de la médiatrice d'un segment, de $x+y$ et $x-y$ connaissant les longueurs x et y , de x/n connaissant la longueur x et n entier naturel non nul, mais aussi de xy et $1/x$ et la racine de x connaissant les longueurs 1 , x et y .

Il a été aussi expliqué rapidement qu'étant données deux droites sécantes prises au hasard, si ces droites sont des axes de symétries orthogonales d'une figure alors cette figure possède une infinité d'axes de symétries orthogonales concourants.

Arithmétique. Un corrigé succinct de l'exercice 51 a été envoyé le 10/02. Cet exercice porte sur le chiffrement RSA de Rivest (1947-), Shamir (1952-) et Adleman (1945-). Correction de l'exercice 38 sur les nombres de Mersenne (1588-1648).

Pour les prochaines séances (17 mars (4h) et 19 mars (2h)) il est demandé de faire l'exercice d'arithmétique 48, les exercices 1, 2, 3 sur les coniques et 10 sur les constructions géométriques et de regarder les exercices 14, 15, 16, 17, 18 sur les complexes, les courbes et les surfaces.

Le contrôle continu du 19 mars portera sur les exercices 2 et 10 (géométrie) et sur un exercice inédit

d'arithmétique (8 points pour corser un peu le contrôle).

Le contrôle continu final (le 24/03, 120 minutes pendant la séance) portera sur l'intégralité des notions vues pendant les séances.

17/03 (4h). Arithmétique. Trois jours après le 3.1415...day du siècle il est établi en détails et en utilisant la formule de Machin (1680-1751) que l'aire du disque unité est comprise entre 3.141592653 et 3.141592654. Le théorème de Niven qui dit que les seules valeurs rationnelles possibles pour le cosinus d'un nombre commensurable avec l'aire du disque unité sont -1 , $-1/2$, 0 , $+1/2$ et $+1$ est prouvé. On en déduit que sauf l'angle droit, les angles du triangle de côtés 3, 4 et 5 ne sont pas commensurables avec l'aire du disque unité. L'exercice 48 sur le calcul de puissance est abordé sans rentrer dans les détails.

Coniques, complexes, courbes et surfaces. L'exercice 1 et le 2 de l'exercice 2 sont abordés (deux méthodes sont proposées) ainsi que les 11 premières constructions de l'exercice 10.

19/03 (2h). Coniques, complexes, courbes et surfaces. Puisque un corrigé de l'exercice 10 a été envoyé la veille on ne corrige que l'exercice 3 (ellipse vue d'un point de vue bifocale) et on fait une variante de l'exercice 5 sur la parabole (où on montre que par réflexion sur la parabole $y=x^2/2$ les rayons verticaux se concentrent sur le foyer de la parabole (ce qui permet aux foyers de recevoir les émissions de télévision retransmises de leur satellite préféré, Apollonius l'aurait-il imaginé)).

Il a été évoqué le rayon de courbure d'une courbe en un point. Ce qu'on peut retenir. Si C est une courbe qui représente une fonction f de classe C^2 et dont le développement limité en $x=0$ est de la forme $f(x)=x^2/(2r)+x^2e(x)$ où e est une fonction qui tend vers 0 en 0, alors le rayon de courbure de C en $O=(0,0)$ est r : c'est le rayon du cercle le plus proche parmi les cercles tangents à C en O (pour en savoir plus on peut regarder l'exercice 18).

La dernière séance, mardi 24 mars, sera entièrement consacré au dernier contrôle continu (120 minutes) dont le sujet est en ligne à l'adresse <http://perso.univ-rennes1.fr/jean-marie.lion/AGORAGEO/2014-2015-m1-capes-cc8.pdf>.