

Nom :
Prénom :

Université de Rennes 1
M1 MEFF Maths (2016-2017)
Algèbre, Géométrie, Algorithmique II
Contrôle continu 2 (30 minutes)

On composera exclusivement sur cette feuille. Une attention particulière sera portée à la qualité de la rédaction. Les documents sont interdits ainsi que les appareils électroniques.

Exercice 1. (6 pts) Deux joueurs jouent au jeu de Nim avec trois tas. Chacun son tour prend dans le tas qu'il veut le nombre de cailloux qu'il veut et au moins un. Celui qui prend le dernier caillou du dernier tas gagne. Donner, dans chaque cas suivant, un coup à jouer pour pouvoir gagner quand c'est possible (le nombre de cailloux dans chaque tas est donné en base dix) :

a) (8,12,5) ; b) (17,25,11) ; c) (1025,257,13) ; d) (85,90,42) ; e) (47,104,89) ; f) (1280,384,1025).

Exercice 2. (8 pts) 1/ Donner en justifiant deux groupes non commutatifs, un fini et l'autre infini.
2/ Existe-t-il une bijection f de \mathbf{Z} dans \mathbf{Q} telle que pour tout $(r, s) \in \mathbf{Z}^2$ on a $f(r + s) = f(r) + f(s)$.
3/ Soit $n \in \mathbf{N}^*$. Donner en justifiant toutes les applications f de \mathbf{Z} dans $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ telles que pour tout $(r, s) \in \mathbf{Z}^2$ on a $f(r + s) = f(r) + f(s)$.
4) Donner une loi commutative et non associative

Exercice 3. (6 pts) Étudier dans chaque cas les propriétés de la relation \mathcal{R} définie dans \mathbf{R} :

a) $n\mathcal{R}m$ si $|n - m| = 5$; b) $n\mathcal{R}m$ si $n - m = 5$; c) $n\mathcal{R}m$ si $n - m \in \mathbf{Z}$; d) $n\mathcal{R}m$ si $n - m \in \mathbf{N}$.