

Nom :
Prénom :

Université de Rennes 1
M1 MEFF Maths (2015-2016)
Algèbre, Géométrie, Algorithmique II
Contrôle continu 2 (30 minutes)

On composera exclusivement sur cette feuille. Une attention particulière sera portée à la qualité de la rédaction. Les documents sont interdits ainsi que les appareils électroniques.

Exercice 1.

(8 pts) Soit $a, b \in \mathbf{Z}$.

1. Montrer qu'il existe $u, v \in \mathbf{Z}$ tels que $ua + vb = \text{pgcd}(a, b)$.
2. On suppose $a = 3758$ et $b = 607$. Calculer u, v (avec $0 \leq -u < 607$ et $0 \leq v < 3758$) et $\text{pgcd}(a, b)$.

Exercice 2.

(6 pts) Soit $a, b, c \in \mathbf{Z}$. On suppose que $\text{pgcd}(a, b) = 1$ et que a divise bc . Montrer que a divise c .

Exercice 3.

(6 pts) Soit $a, b, m, n \in \mathbf{Z}$. On suppose $\text{pgcd}(m, n) = 1$.

1. Montrer qu'il existe un unique $c \in \{0, \dots, mn - 1\}$ tel que $c \equiv_m a$ et $c \equiv_n b$.
2. Donner l'ensemble S des $x \in \mathbf{Z}$ tel que $x \equiv_m a$ et $x \equiv_n b$.