

Nom :
Prénom :

Université de Rennes 1
M1 MEFF Maths (2013-2014)
Algèbre, Géométrie, Algorithmique II
Contrôle continu 3 (12 minutes)

On composera exclusivement sur cette feuille. Une attention particulière sera portée à la qualité de la rédaction. Les documents sont interdits ainsi que les appareils électroniques.

Exercice 1. Dans cet exercice on ne démontre rien.

1. Donner les sous-groupes de $\mathbf{Z}/6\mathbf{Z}$ et les éléments d'ordre 6 de $\mathbf{Z}/6\mathbf{Z}$.
2. Donner les sous-groupes de $\mathbf{Z}/5\mathbf{Z}$ et les éléments d'ordre 5 de $\mathbf{Z}/5\mathbf{Z}$.

Exercice 2. Soit $(x, y, z) \in \mathbf{Z}^3$.

1. Donner (sans démonstration) les trois entiers de $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ auxquels peut être congru y^2 modulo 5.
2. Donner (sans démonstration) les deux entiers de $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ auxquels peut être congru z^4 modulo 5.
3. En déduire l'inégalité $5x + y^2 + z^4 \neq 3$.

Exercice 3. Soit p un entier naturel premier, $n \in \mathbf{N}^*$ et $m \in \{1, \dots, p^n\}$.

1. Montrer que m est premier avec p^n si et seulement si m est premier avec p .
2. Montrer que m est premier avec p si et seulement si pour tout $k \in \{1, \dots, p^{n-1}\}$ on a $m \neq kp$.