

Nom :
Prénom :

Université de Rennes 1
M1 MEFF Maths (2013-2014)
Algèbre, Géométrie, Algorithmique II
Contrôle continu 2 (12 minutes)

On composera exclusivement sur cette feuille. Une attention particulière sera portée à la qualité de la rédaction. Les documents sont interdits ainsi que les appareils électroniques.

Exercice 1 Soit $n \in \mathbf{N}^*$. On considère la relation \equiv définie sur \mathbf{Z} par $a \equiv b$ si et seulement s'il existe $k \in \mathbf{Z}$ tel que $a - b = kn$. Montrer que \equiv est une relation d'équivalence.

Exercice 2 Soit $n \in \mathbf{N}^*$ et $m \in \mathbf{N}$.

1. On suppose qu'il existe un entier naturel k strictement plus grand que 1 divisant m et n .
 - 1.a. Montrer qu'il n'existe pas d'entier v tel que n divise $vm - 1$.
 - 1.b. Montrer qu'il existe un entier naturel v , non nul et strictement plus petit que n , tel que n divise vm .
2. On suppose que m et n sont premiers entre eux. On rappelle qu'il existe alors $u, v \in \mathbf{Z}$ tels que $un + vm = 1$ (Bezout). Soit $a \in \mathbf{Z}$. Montrer qu'il existe $b \in \mathbf{Z}$ tel que $a - bm$ soit divisible par n .