

## Exercice 5

1/2

1) Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite des nombres d'abonnés pris en 2013+n.

• Puisque chaque année 1800 personnes s'abonnent alors qu'elles ne l'étaient pas l'année précédente et 15% des anciens abonnés cessent leur abonnement il vient  $\forall n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} = (1 - 0,15) u_n + 1800$$

ce qui équivaut à dire  $u_{n+1} = 0,85 u_n + 1800$

La suite  $u_n$  est une suite arithmético géométrique.

Soit  $a$  tel que  $a = 0,85 a + 1800$  ce qui équivaut à dire

$$a = \frac{1800}{0,15} = 12000. \text{ On a, si on pose } v_n = u_n - a$$

$$v_{n+1} = 0,85 v_n \text{ et donc } (v_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ est une}$$

suite géométrique de raison  $q = 0,85$  et de premier terme

$v_0 = u_0 - a$ . Puisque  $u_0 = 8000$  (les 8000 abonnés de 2013) et que  $a = 12000$  il vient  $v_0 = -4000$

$$\text{Ainsi } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = v_0 q^n \text{ et } u_n = a + v_0 q^n$$

$$\text{il vient donc } u_n = 12000 - 4000 \times 0,85^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

2) Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $u_0 = 7$  et  $\forall n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} = 10 u_n - 18$$

La suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite arithmético géométrique de premier terme 7 et de raison 10

Soit a tel que  $a = 10a - 18$  c'est à dire  $a = 2$  2/2

On a, si on pose  $v_n = u_n - a$ ,  $v_{n+1} = 10v_n$  et donc

$(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique de raison  $\lambda = 10$  et de premier terme  $v_0 = u_0 - a = 7 - 2 = 5$ .

Ainsi  $\forall n \in \mathbb{N}$   $v_n = 5 \times 10^n$  et  $u_n = 2 + 5 \times 10^n$