**Les règles** L'épreuve comporte deux parties d'importance égale, l'Analyse et les Probabilités. Les poids de ces parties sont égaux dans le calcul de la note finale. Pour chaque partie le barème qui peut être indiqué est relatif à la partie. **Il est demandé de rédiger sur des copies différentes les deux parties.** Une attention particulière sera portée à la qualité de la rédaction.

**Lundi 12 octobre 2020, Contrôle continu, Partie Analyse**

**Durée = 50 minutes. Les documents et la calculatrice ne sont pas autorisés**

Traiter au choix quatre exercices parmi les cinq ci-dessous.

**Exercice 1.** Soit $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ définie par $f(x) = x^2$ si $x \in \mathbf{R}$ et soit $a \in \mathbf{R}$. Montrer, en revenant à la définition de limite d'une fonction, que $f$ admet une limite en $a$.

**Exercice 2.** Soit $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ continue telle que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. Montrer que $f$ n'est pas injective. Donner (sans justifier) un exemple d'une telle fonction.

**Exercice 3.** Soit $f : ]-1, 1[ \to \mathbf{R}$ continue telle que $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = \lim\limits_{x\to+1} f(x) = -\infty$. Montrer que $f$ n'est pas surjective. Donner (sans justifier) un exemple d'une telle fonction.

**Exercice 4.** Soient $a \in ]0, +\infty[$ et $u = (u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = a \times u_n$ si $n \in \mathbf{N}$. Étudier, en revenant à la définition de la limite d'une suite, la convergence de $u$.

**Exercice 5.** Étudier la convergence de $u = (u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n - \dfrac{(-1)^n}{n+1}$ si $n \in \mathbf{N}$.