



Master de Mathématiques et Applications

Programme des UEs de Mathématiques

Contrat 2023–2027

UFR Mathématiques de l'Université de Rennes

(version 1^{er} avril 2023)

Copyright © 2022 UFR Mathématiques, Université de Rennes
[HTTPS://MATH.UNIV-RENNES1.FR](https://math.univ-rennes1.fr)
Mai 2022



Table des matières

I Structure du M1

M1 – Parcours Calcul scientifique et modélisation 10
 Les UE majeures
 Les UE mineures

M1 – Parcours Mathématiques de l’information, cryptographie 11
 Les UE majeures
 Les UE mineures

M1 – Parcours Mathématiques fondamentales 12
 Les UE majeures
 Les UE mineures

II Structure du M2

M2 – Parcours Approfondissement disciplinaire 15
 Les UE majeures
 Les UE mineures

M2 – Parcours Mathématiques avancées pour l’enseignement secondaire et supérieur 16
 Les UE majeures
 Les UE mineures

M2 – Parcours Calcul Scientifique et Modélisation 17
 Les UE obligatoires
 Les UE supplémentaires

M2 – Parcours Mathématiques de l’information, cryptographie 18
 UE communes
 Parcours classique
 Parcours recherche

M2 – Parcours Mathématiques fondamentales 20
 Les UE majeures
 Les UE mineures

III Les U.E. de M1

Analyse pour la modélisation – ANAM 22

Méthodes numériques – MENU 24

Programmation scientifique – PSC 26

Dynamique des structures – DYNs	27
Optimisation – OPTIM	28
Outils en probabilités et statistique pour l'ingénierie mathématique et l'intelligence artificielle – OPS	29
Éléments finis – ELFI	30
Résolution numérique de problèmes aux dérivées partielles de la physique – RNDP	31
Modélisation en action 1 – MODA1	34
Systèmes incertains – SYST	35
Apprentissage statistique – APST	36
Projet tutoré – PT	37
Stage en M1 csm– STAGE	38
Algorithmique de base – ALBA	39
Théorie de l'information – TINFO	40
Outils en probabilités et statistique pour l'ingénierie mathématique et l'intelligence artificielle – OPS	41
Low level programming – LLP	42
Analyse et conception formelle – ACF	43
Codes correcteurs d'erreurs – COCO	44
Cryptographie – CRYP	45
Compléments de cryptographie – CRYPC	46
Complexité – CPLX	47
Network for security – NFS	48
Projet Recherche & développement – PRD	49
Algèbre de base – ALGB	50
Théorie des groupes et géométrie – THGG	52
Analyse, distribution, Fourier – ADF	53
Analyse fonctionnelle – ANAF	54
Probabilités et chaînes de Markov – PCM	55

Statistique mathématique – STMA	56
Théorie des nombres – THNO	57
Analyse avancée – ANAV	59
Probabilités et martingales – PMA	60
Équations aux dérivées partielles – EDP	61
Modèles aléatoires – MODAL	62
Géométrie différentielle – GEDI	63
Algèbre commutative et géométrie algébrique – ACGA	64
Topologie algébrique – TOPA	65
Histoire des Mathématiques – HISM	66
Projet de recherche – PROJ	67
Langue – LANGUE	68

IV

Les U.E. de M2

Problèmes de synthèse – SYNT	70
Approfondissement 1 en Algèbre et Géométrie – AG1	71
Approfondissement 1 en Analyse et Probabilités – AP1	72
TICE au S1 – TICE1	73
Langue – LANGUE	74
Approfondissement 2 en Algèbre et Géométrie – AG2	75
Approfondissement 2 en Analyse et Probabilités – AP2	76
Histoire des Mathématiques – HISM	77
Stage – STAGE	78
TICE au S2 – TICE2	79
Algèbre et Géométrie à l'écrit – AG	80
Analyse et Probabilités à l'écrit – AP	82
Algèbre et Probabilités à l'oral 1 – AA1	84

Algèbre et Probabilités à l'oral 2 – AA1	85
Probabilités et statistiques à l'oral – MOPS	86
Calcul scientifique à l'oral – MOCS	88
Calcul Calcul formel à l'oral – MOCF	90
Mémoire – MÉM	91
Estimation de paramètres et optimisation – EPO	92
Insertion professionnelle – INSER	93
Langue – LANGUE	94
Machine learning for Biology – MLB	95
Modélisation en science de la terre – MOST	96
Modélisation et simulation en entreprise/conférences sur les métiers – MSCE	97
Phénomènes de propagation – PHPR	98
Problèmes inverses – PINV	99
Pratique de logiciels d'éléments finis – PLEF	100
Programmation objet et C++ - base – POCB	101
Programmation objet et C++ - compléments – POCC	102
Programmation parallèle et sur GPU – PROGP	103
Stage logiciels – SLOG	104
Contrôle optimal – COOP	105
Calcul scientifique en action – CSA	106
Modélisation en action 2 – MODA2	107
Ondelettes – OND	108
Projet et stage – PSTA	109
Réduction de modèles en mécanique des fluides – RMMF	110
Simulation moléculaire par Monte Carlo – SMMC	111
Cours de base en Aléatoire – BASE-ALEA	112

Cours de base en Algèbre et Géométrie – BASE-AG	113
Cours de base en Analyse et applications – BASE-ANA	114
Séminaire – SEM	115
Cours spécialisé en Aléatoire – SPE-ALEA	116
Cours spécialisé en Algèbre et Géométrie – SPE-AG	117
Cours spécialisé en Analyse et applications – SPE-ANA	118
Stage recherche– STR	119
Anglais – LANGUE	120
Courbes elliptiques en cryptographie – CEC	121
Réseaux euclidiens en cryptographie – REC	122
Programmation Java pour la cryptographie – JAVA	123
Théorie algorithmique des nombres pour la cryptographie – TANC	124
Codes correcteurs en cryptographie – CCC	125
Cryptographie quantique – CQ	126
Stage parcours classique – STAGE	127
Programmation Java pour la cryptographie – JAVA	128
Cryptanalyse – CRYPTA	129
Sécurité des réseaux – SRES	130
Sécurité des implémentations – SIMP	131
Sécurité des protocoles – SEP	132
Blockchain principles and applications – BLK	133
Preuves de sécurité – PS	134
Advanced Hardware Protection – AHP	135
Introduction au droit de la cybersécurité – IDC	136



Organisation générale

Le master **Mathématiques et applications** contient 5 parcours

- Approfondissement disciplinaire¹ (M2)
- Calcul scientifique et modélisation (M1, M2)
- Mathématiques avancées pour l'enseignement secondaire et supérieur² (M1, M2)
- Mathématiques de l'information et cryptographie (M1, M2)
- Mathématiques fondamentales (M1, M2)

Les parcours *Mathématiques avancées pour l'enseignement secondaire et supérieur* et *Mathématiques fondamentales* partagent la même année de M1. Le parcours *Approfondissement disciplinaire* n'existe qu'en M2.

1. Parcours adossé à la préparation à l'agrégation interne de Mathématiques
2. Parcours adossé à la préparation à l'agrégation externe de Mathématiques

Structure du M1



M1 – Parcours Calcul Scientifique et Modélisation

Les majeures

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ANAM	7	24	24	0	48	Analyse pour la modélisation
MENU	7	24	24	15	63	Méthodes numériques
PSC	6	18	12	18	48	Programmation scientifique
RSIP	0	0	0	0	0	Réussir son insertion professionnelle
S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ELFI	6	21	21	21	63	Éléments finis
RNDP	5	21	21	21	63	Résolution numérique de problèmes aux dérivées partielles de la physique
STAGE	4	0	0	0	0	Stage en M1 csm
LANGUE	3	0	30	0	30	Langue
PT	2	4,5	0	0	4,5	Projet tutoré

Les mineures

Au premier semestre (S7), 10 ECTS au choix parmi

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
DYNS	5	22,5	22,5	12	57	Dynamique des structures
OPTIM	5	22,5	22,5	12	57	Optimisation
OPS	5	22,5	22,5	12	57	Outils en probabilités et statistique pour l'ingénierie mathématique et l'intelligence artificielle

Au deuxième semestre (S8), 10 ECTS au choix parmi

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MODA1	5	18	18	12	48	Modélisation en action 1
SYST	5	18	15	15	48	Systèmes incertains
APST	5	18	0	18	36	Apprentissage statistique
EDP	5	22,5	22,5	4,5	49,5	Équations aux dérivées partielles
HISM	5	22,5	22,5	0	45	Histoire des Mathématiques

Attention, choisir au moins une UE mineure parmi DYNS et MODA1.



M1 – Parcours Math. de l'information, cryptographie

Les majeures

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ALGB	5	22,5	22,5	4,5	49,5	Algèbre de base
ALBA	5	22,5	22,5	12	57	Algorithmique de base
LLP	5	19,5	0	19,5	39	Low level programming
TINFO	2	12	12	0	24	Théorie de l'information
LANGUE	3	0	30	0	30	Langue
RSIP	0	0	0	0	0	Réussir son insertion professionnelle

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
COCO	5	21	19,5	12	52,5	Codes correcteurs
CRYP	5	22,5	15	15	52,5	Cryptographie
CRYPC	2	6	6	6	18	Compléments en cryptographie
CPLX	3	15	15	0	30	Théorie de la complexité
NFS	5	20	10	16	46	Network for security
PRD	5	0	0	0	0	Projet R&D

Les mineures

Au premier semestre (S7), 10 ECTS :

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ACF	5	15	0	24	39	Analyse et conception formelle
OPS	5	22,5	22,5	12	57	Outils en probabilités et statistique pour l'ingénierie mathématique et l'intelligence artificielle

Au deuxième semestre (S8), 5 ECTS au choix parmi

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
APST	5	18	0	18	36	Apprentissage statistique
THNO	5	22,5	22,5	6	51	Théorie des nombres
ACGA	5	22,5	22,5	6	51	Algèbre commutative et géométrie algébrique
HISM	5	22,5	22,5	0	45	Histoire des Mathématiques



M1 – Parcours Mathématiques fondamentales

Les majeures

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ALGB	5	22,5	22,5	4,5	49,5	Algèbre de base
THGG	5	22,5	22,5	0	45	Théorie des groupes et géométrie
ADF	5	22,5	22,5	0	45	Analyse, distribution, Fourier
ANAF	5	22,5	22,5	0	45	Analyse fonctionnelle
PCM	5	22,5	22,5	4,5	49,5	Probabilités et chaînes de Markov
STMA	5	22,5	22,5	4,5	49,5	Statistique mathématique
S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
GEDI	5	22,5	22,5	0	45	Géométrie différentielle
ANAV	5	22,5	22,5	4,5	49,5	Analyse avancée
PMA	5	22,5	22,5	4,5	49,5	Probabilités et martingales
LANGUE	3	0	30	0	30	Langue
PROJ	2	0	0	0	0	Projet de recherche

Les mineures

Au premier semestre (S7), 5 ECTS facultatifs parmi

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ALBA	5	22,5	22,5	12	57	Algorithmique de base
OPTIM	5	22,5	22,5	12	57	Optimisation

Au deuxième semestre (S8), 10 ECTS au choix parmi

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
COCO	5	21	19,5	12	52,5	Codes correcteurs
CRYP	5	22,5	15	15	52,5	Cryptographie
EDP	5	22,5	22,5	4,5	49,5	Équations aux dérivées partielles
RNDP	5	21	21	21	63	Résolution numérique de problèmes aux dérivées partielles de la physique
APST	5	18	0	18	36	Apprentissage statistique
MODAL	5	22,5	22,5	6	51	Modèles aléatoires
THNO	5	22,5	22,5	6	51	Théorie des nombres
ACGA	5	22,5	22,5	6	51	Algèbre commutative et géométrie algébrique
TOPA	5	22,5	22,5	0	45	Topologie algébrique
HISM	5	22,5	22,5	0	45	Histoire des Mathématiques

Remarque :

- 1 ECTS = 9h (hors TP)
- Au Semestre 1 : 30 ECTS MAJEURS et 5 ECTS facultatifs mineurs
- Au Semestre 2 : 20 ECTS MAJEURS et 10 ECTS mineurs.

— Socle commun contenant 15 ECTS (135 heures) dans chaque thème Algèbre & Géométrie, Analyse, Probabilités & Statistique.

Structure du M2



M2 – Parcours Approfondissement disciplinaire

Les majeures

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
AG1	5	0	15	0	15	Approfondissement 1 en Algèbre et Géométrie
AP1	5	0	15	0	15	Approfondissement 1 en Analyse et Probabilités
TICE1	3	0	0	9	9	TICE 1
LANGUE	3	0	0	0	0	Langue
S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
AG2	6	0	45	0	45	Approfondissement 2 en Algèbre et Géométrie
AP2	6	0	45	0	45	Approfondissement 2 en Analyse et Probabilités
TICE2	3					TICE 2
STAGE	15	0	0	0	0	Stage

Les UE mineures

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SYNT	9	18	24	0	42	Problèmes de synthèse
HIST	5	12	0	0	12	Histoire des Mathématiques



M2 – Parcours Math. av. pour enseig. 2aire et sup.

Les majeures

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
AG	9	44	40	0	84	Algèbre et Géométrie à l'écrit
AP	9	52	40	0	92	Analyse et Probabilités à l'écrit
AA1	9	70	0	0	70	Algèbre et Analyse à l'oral 1
LANGUE	3	0	30	0	30	Langue
S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
AA2	10	0	70	0	70	Algèbre et Analyse à l'oral 2
MÉM	5	0	0	0	0	Mémoire

Les UE mineures

1 choix à faire parmi

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MOPS	15	80	0	20	100	Probabilités et statistiques à l'oral
MOCS	15	80	0	20	100	Calcul scientifique à l'oral
MOCF	15	80	0	20	100	Calcul formel à l'oral

Remarque :

- Les UE AG et AP s'accompagnent chacune de 60 heures de projet tutoré, pour la correction des écrits blancs.
- Les UE AA1 et AA2 s'accompagnent chacune de 46 heures de projet tutoré pour l'encadrement des oraux blancs (2 heures par étudiant, hors magistère).
- Les UE MOPS, MOCS, MOCF s'accompagnent chacune de 15 heures de projet tutoré, pour l'encadrement des oraux blancs (2 heures par étudiant, hors magistère).



M2 – Parcours Calcul Scientifique et Modélisation

Les UE majeures

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SLOG	0	3	0	12	15	Stage logiciel
MSCE	0	0	0	0	0	Modélisation et simulation en entreprise et conférence sur les métiers
INSER	3	16,5	9	0,5	26	Insertion professionnelle
POCB	3	12	0	12	24	Programmation objet et C++ – base
POCC	3	12	0	12	24	Programmation objet et C++ – Compléments
PLEF	5	18	0	27	45	Pratique de logiciels d'éléments finis
PHPR	4	19,5	19,5	0	39	Phénomènes de propagation
EPO	3	9	9	6	24	Estimation de paramètres et optimisation
LANGUE	3	0	30	0	30	Langue

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MODA2	3	12	15	0	27	Modélisation en action 2
CSA	3	12	0	15	27	Calcul scientifique en action
COOP	3	12	9	9	30	Contrôle optimal
RMMF	3	9	6	6	21	Réduction de modèles de mécanique des fluides
PSTA	18	0	0	0	0	Projet et stage

Les UE mineures

Au S9, 2 UE à choisir parmi

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MLB	3	18	6	0	24	Machine learning for Biology
MOST	3	12	0	12	24	Modélisation en science de la Terre
PINV	3	16	0	8	24	Problèmes inverses
PROGP	3	8	0	16	24	Programmation parallèle et sur GPU

Au S10, possibilité de choisir une UE pour bonification parmi

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
OND	0	12	0	0	12	Ondlettes
SMMC	0	15	0	0	15	Simulation moléculaire par Monte-Carlo



M2 – Parcours Math. de l'information, cryptographie

UE communes

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
CEC	5	21	15	9	45	Courbes elliptiques pour la cryptographie
REC	4	21	15	3	39	Réseaux euclidiens en cryptographie
S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
TANC	3	15	12	6	33	Théorie algorithmique des nombres pour la cryptographie
CCC	3	15	12	6	33	Codes correcteurs en cryptographie
CQ	3	15	15	0	30	Cryptographie quantique

Parcours classique

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
JAVA	3	9	0	21	30	Programmation Java pour la cryptographie
CRYPTA	3	15	0	15	30	Cryptanalyse
SRES	3	12	3	18	33	Sécurité des réseaux
SIMP	3	12	0	19,5	31,5	Sécurité des implémentations
S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ANG	3	0	30	0	30	Anglais
STAGE	18	0	0	0	0	Stage

Au choix 3 UE parmi :

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SEP	3	21	0	0	21	Sécurité des protocoles
POCB	3	12	0	12	24	Programmation objet et C++ – base
POCC	3	12	0	12	24	Programmation objet et C++ – Compléments
PROGP	3	8	0	16	24	Programmation parallèle et sur GPU
BLK	3	12	0	24	36	Blockchain, principes and applications
PS	3	15	0	15	30	Preuves de sécurité
AHP	3	12	0	15	27	Advanced Hardware Protection
IDC	3	16,5	9	9	34,5	Introduction au droit de la cybersécurité

Parcours recherche

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
BASE-AG1	6	24	0	0	24	Cours de base 1 en Algèbre et Géométrie
BASE-AG2	6	24	0	0	24	Cours de base 2 en Algèbre et Géométrie
SEM	6	0	0	0	0	Séminaire
ANG	3	0	30	0	30	Anglais

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SPE-AG	6	24	0	0	24	Cours spécialisé en Algèbre et Géométrie
STR	15	0	0	0	0	Stage recherche



M2 – Parcours Mathématiques fondamentales

Les majeures

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
BASE1	6	24	0	0	24	Cours de base 1
BASE2	6	24	0	0	24	Cours de base 2
BASE3	6	24	0	0	24	Cours de base 3
BASE4	6	24	0	0	24	Cours de base 4
SEM	6	0	0	0	0	Séminaire
S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
LANGUE	3	0	30	0	30	Anglais
STR	15	0	0	0	0	Stage recherche

Les mineures

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SPE1	6	24	0	0	24	Cours spécialisé 1
SPE2	6	24	0	0	24	Cours spécialisé 2

Remarque : Chaque semestre l'étudiant compose un parcours à la carte en choisissant quatre cours à 6 ECTS en S9 et deux cours à 6 ECTS en S10. Le programme de chaque cours est renouvelé tous les ans ou deux ans. Ces UE sont regroupées suivant trois grandes thématiques de recherche : aléatoire (les UE du type BASE-ALEA et SPE-ALEA), algèbre et géométrie (les UE du type BASE-AG et SPE-AG), analyse et applications (les UE du type BASE-ANA et SPE-ANA). Il est possible de choisir tous ses cours dans une même thématique ou de mélanger des thématiques différentes. La formation au S9 est complétée par la participation active à un séminaire (6 ECTS). Au S10 elle est complétée par un stage de recherche à 15 ECTS dans une unité de recherche et qui donne lieu à la rédaction d'un mémoire et d'une soutenance publique. Toute l'année des enseignements d'anglais sont dispensés. Ils donnent lieu à l'attribution de 3 ECTS en S10.

La mineure (12 ECTS) de ce parcours est composée par les deux cours spécialisés du S10.

Les U.E. de M1



Analyse pour la modélisation – ANAM

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ANAM	7	24	24	0	48	Analyse pour la modélisation

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du parcours Calcul Scientifique et Modélisation de l'UFR Mathématiques.

Pré-requis

Savoirs fondamentaux des majeures de mathématiques de licence.

Descriptif

- Éléments de géométrie analytique appliquée
 - Espace vectoriel de dimension finie : application à l'espace vectoriel physique ; produits scalaire, vectoriel et mixte ; représentations intrinsèque, matricielle et indicielle.
 - Espace affine ; système de coordonnées curvilignes (cylindrique, sphérique)
 - Calcul intégral en dimension finie : mesure linéique, surfacique et volumique ; application au calcul d'aires et de volumes.
 - Applications linéaires : Représentations intrinsèque, matricielle et tensorielle ; Symétrie et antisymétrie, trace, 3 invariants de tenseurs de \mathbb{R}^3 .
- Éléments de géométrie et de calcul différentiels appliqués
 - Champs scalaire et vectoriel ; différentielle en dimension finie ; jacobienne et hessienne ; vecteur et tenseur gradient ; opérateurs classiques ; caractérisation des extréma.
 - Écriture des opérateurs en système de coordonnées polaires ou sphériques
 - Relations entre les opérateurs : $\text{rot}(\text{grad}(\cdot))=0$, $\text{div}(\text{rot}(\cdot))=0$, $\text{div}(\text{grad}(\cdot))=\Delta(\cdot)$
 - Formules de Stokes, théorème de la divergence, théorème de Green,
 - Applications intégrales : loi de conservation, théorème de Reynolds, flux
 - Applications en EDP : potentiels de vitesse, potentiels vecteur, potentiel scalaire, décomposition d'Helmholtz.
- Applications
 - Mécanique des milieux continus : tenseurs de déformation et de contraintes, lois de comportement, élasticité linéaire et non linéaire, coefficients de Lamé et de Poisson, module de Young.
 - Mécanique des fluides : introduction aux équations de Navier-Stokes et équation de Stokes, écoulements incompressibles, écoulements irrotationnels, viscosité, nombre de Reynolds, aérodynamique et hydrodynamique.
 - Électromagnétisme : introduction aux équations de Maxwell et à ses simplifications, utilisation d'un potentiel.
- Transformée de Fourier
 - Définition, Fourier inverse
 - Propriétés élémentaires : translation, changement d'échelle, dérivation
 - Lien avec la convolution
 - Transformée de Fourier des signaux réels
 - Distribution et transformée de Fourier
 - Lien avec les EDO linéaires ; Fonction de Green.

Acquis d'apprentissage

- Pratiquer le calcul différentiel et intégral.
- Être capable d'interpréter les opérateurs et équations différentielles dans diverses bases.
- Connaître les relations fondamentales entre les opérateurs différentiels.
- Comprendre l'utilisation des potentiels pour reformuler un problème.
- Connaître les modèles classiques utilisés en mécanique des milieux continus, mécanique des fluides et électromagnétisme.

Compétence visées

- Maîtriser le calcul différentiel et l'analyse modale pour des applications physiques et industrielles.

— S'approprier l'interprétation physique et/ou géométrique des objets mathématiques pour communiquer efficacement en milieu industriel

[Organisation](#)

[Commentaire](#)

[Bibliographie](#)



Méthodes numériques – MENU

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MENU	7	24	24	15	63	Méthodes numériques

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Descriptif

- Résolution numérique d'une équation non-linéaire (recherche de zéro et point fixe)
 - Rappel des méthodes classiques de dichotomie et itérations.
 - La méthode de Newton : Résultats de convergence, critères de convergence, tests d'arrêt, généralisation à la résolution de systèmes d'équations non-linéaire.
- Interpolation polynomiale
 - Interpolations de Lagrange et de Hermite : phénomène de Runge et instabilité numérique, erreur d'interpolation, stabilité, convergence.
 - Interpolation de Lagrange et de Hermite par morceaux
 - Principe de l'extension au cas bidimensionnel
 - Splines d'interpolation (spline cubique naturelle)
- Intégration numérique
 - Méthodes de quadrature de type interpolatoire (lien avec le thème précédent). Méthodes de Newton-Cotes.
 - Erreur, degré et ordre de convergence d'une méthode d'intégration.
 - Formules de quadrature de Gauss et polynômes orthogonaux : formules de Gauss-Legendre, formules de Gauss-Lobatto
 - Notion de méthode à pas adaptatif, intégrateur automatique
 - Prolongements : intégrales singulières, intégration bidimensionnelle
- Résolution numérique d'un problème de Cauchy (équation différentielle ordinaire à condition initiale)
 - Rappels sur les équations différentielles ordinaires ; Notion de problème de Cauchy.
 - Principe des méthodes de collocation (lien avec le thème précédent).
 - Méthodes de Runge-Kutta : principe de construction.
 - Notions d'erreur de consistance et de stabilité d'un schéma.
 - Principe des méthodes d'estimation de l'erreur : Extrapolation à la limite de Richardson, méthodes de Runge-Kutta emboîtées, techniques de contrôle du pas, discussion en terme de bénéfice/surcoût.
 - Problèmes raides, méthodes implicites et multipas.
- Résolution numérique des systèmes linéaires
 - Rappel de notions sur les matrices : symétrique, orthogonale, hermitienne, unitaire, normale, trace, valeurs propres, rayon spectral, mineurs fondamentaux, définie positive, semi-définie positive, normes, conditionnement, profil
 - Méthodes directes : la méthode de Gauss, Importance d'une stratégie de pivot maximal ou partiel, Décomposition LU et application à la résolution simultanée de systèmes linéaires, Factorisation de Choleski, Application aux matrices creuses.
 - Notion de conditionnement.
 - Méthodes itératives : Méthodes de Jacobi, de Gauss-Seidel et de relaxation (algorithme de Richardson), Applications aux matrices creuses, Méthodes de gradient.
- Calcul numérique des éléments propres d'une matrice
 - Méthode de la puissance et méthode de la puissance inverse avec décalage ; principe des méthodes de déflation.
 - La factorisation QR par matrices de Householder. Calcul des éléments propres d'une matrice par la méthode QR.
 - Introduction aux méthodes itératives par sous-espaces de Krylov (Jacobi, Givens-Householder).
- La transformée de Fourier vue sous l'angle du calcul numérique : introduire les concepts concernant la FFT (Fast Fourier Transform) en partant de l'idée consistant à approcher l'intégrale de Fourier par une méthode de quadrature

numérique (méthode des rectangles).

Acquis d'apprentissage

L'objectif de cette UE est de permettre à l'étudiant d'acquérir un socle de connaissances sur les thèmes de base du calcul numérique. Ces concepts numériques de base sont exploités dans de nombreuses méthodes numériques de résolution de problèmes mathématiques (résolution de problèmes aux limites par la méthode des éléments finis, méthodes d'optimisation, etc) et directement exploitables dans de nombreuses applications.

Les notions sur le codage des nombres réels en machine avec les phénomènes d'absorption et de compensation sont importants pour comprendre la propagation des erreurs d'arrondi qui influence la précision de la mise en oeuvre d'une méthode numérique. Elles seront abordées en détail dans l'UE de programmation.

Des applications en lien avec les problématiques de développement durable ou liées aux enjeux de transitions écologique et sociale seront présentées pour motiver et illustrer l'utilisation des méthodes présentées (Débit d'une rivière, dynamique de populations, membrane biochimique,...)

Compétence visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu.

Commentaire

TP en Matlab.

Bibliographie



Programmation scientifique – PSC

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
PSC	6	18	12	18	48	Programmation scientifique

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Enseignements informatiques de licence ; maîtrise d'un langage de programmation et des fondamentaux de l'algorithmique.

Descriptif

- Bases générales et terminologiques sur les aspects matériels et logiciels utilisés :
 - hardware, architecture de von Neumann, taxonomie de Flynn, processeur, différents types de mémoires, performance (ordres de grandeur, fréquence d'horloge, bus mémoire, FLOPS, accès aux disques, localité en mémoire)
 - software, notion de système d'exploitation (commandes essentielles communes à la plupart des systèmes), stockage de l'information (système de fichiers), différents types de langages de programmation
- Présentation des principes communs à l'exécution d'un programme (langage machine, unités impliquées, registres)
- Présentation des principes communs à la création d'un fichier exécutable (source, compilation, édition de liens, mémoire virtuelle, API)
- Focalisation sur les aspects liés à la gestion de la mémoire, la transmission des données, la représentation des données selon leur type (standard IEEE), l'analyse des erreurs numériques, l'usage d'outils d'aide à la mise au point et à l'optimisation, l'utilisation de bibliothèques.
- Illustration de ces principes en lien avec des bibliothèques ou logiciels scientifiques de référence (Blas, Lapack, Matlab) et mise en oeuvre en langage C, présenté à cette occasion.

Acquis d'apprentissage

Approfondissement des connaissances plus spécialement ciblées vers le domaine de l'informatique scientifique.

Compétence visées

- Comprendre un logiciel existant et sa documentation et pouvoir contribuer à son évolution de manière autonome.
- Traduire un problème formulé mathématiquement en un programme informatique et d'en analyser les résultats.
- En résumé, pouvoir contribuer au développement ou à la maintenance d'une application scientifique.

Organisation

Les TD ont pour but d'apporter des compléments et d'aider à la mise en oeuvre effective faite au cours des TP. Les TP sont réalisés sur des ordinateurs équipés du système Linux.

Commentaire

TP en C.

Bibliographie



Dynamique des structures – DYNS

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
DYNS	5	22,5	22,5	12	57	Dynamique des structures

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Descriptif

Ce cours est fondé en grande partie sur la notion d'analyse modale des structures élastiques. Le cours s'attache à définir les équations gouvernant la dynamique de quelques types de structure, de déterminer les principaux types de conditions aux bords de ces structures pour extraire les fréquences et modes propres de vibrations. L'analyse d'orthogonalité des modes propres sera traitée (condition de Sturm-Liouville). Par la suite, la réponse modale des structures sera essentiellement traitée pour les structures avec modes orthogonaux. La notion de discrétisation des modèles sera abordée de manière succincte.

Les structures traitées seront

- les cordes (rappels essentiellement)
- tension-compression et torsion des poutres (problèmes scalaires)
- les poutres droites d'Euler-Bernoulli et de Timoshenko (problèmes vectoriels)
- les membranes, les plaques (à titre de généralisation).

Outils

Les outils utilisés (sans démonstration) porteront sur les notions suivantes :

- Analyse modale : séparations des variables, fonctions propres, projection modale, produit scalaire L2, orthogonalité, condition d'orthogonalité de Sturm-Liouville, série de Fourier
- Courbes de dispersion, équations séculaires
- Lois de comportement linéaires : efforts internes, densité d'efforts externes, conditions aux limites
- Conditions initiales, intégrales de Duhamel, régime libre et régime forcé
- Distributions de type Dirac, Heaviside : chocs, forces ponctuelles
- Conditions aux limites : méthodes de relèvement.

Acquis d'apprentissage

Compétences visées

À la suite de ce cours, un étudiant pourra avoir une vision synthétique des problématiques liés à des phénomènes dynamiques de corps déformables. Il aura une intuition et une connaissance des outils de bases qui sont utilisés pour ce type de problème et plus généralement pour de nombreuses EDP. Enfin il sera mené des calculs analytiques pour des cas simples afin de simuler des phénomènes de vibration

Commentaire

TP en Matlab.

Bibliographie



Optimisation – OPTIM

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
OPTIM	5	22,5	22,5	12	57	Optimisation

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Descriptif

- Présentation générale
Quelques problèmes d'optimisation illustratifs des objectifs visés
- Définition d'un problème d'optimisation (une et plusieurs dimensions); conditions suffisantes et nécessaires d'optimalité; résultats d'existence et d'unicité
- Algorithmes de calcul : méthodes de gradient (pas constant, pas optimal, gradient conjugué); cas sans et avec contraintes (gradient projeté, multiplicateurs de Lagrange, algorithme d'Uzawa)
- Éléments de programmation linéaire : optimisation linéaire, dualité, résolution du problème de programmation linéaire, algorithme du simplexe
- Éléments de la théorie des graphes : représentation, plus court chemin
- Réseaux et programmation linéaire : problème de transbordement, algorithme fini du simplexe pour les réseaux, problème de transport.

Acquis d'apprentissage

L'objectif de cette UE est d'aborder les spécificités mathématiques et numériques des problèmes d'optimisation. Avec une partie théorique sur l'optimisation convexe et non convexe, les méthodes de gradient, une partie appliquée à la recherche opérationnelle avec la programmation linéaire, la méthode du simplexe et des éléments de la théorie des graphes.

Compétences visées

Commentaire

TP en Matlab.

Bibliographie



Outils proba-stat pour l'ingénierie math. et l'IA – OPS

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
OPS	5	22,5	22,5	12	57	Outils en probabilités et statistique pour l'ingénierie mathématique et l'intelligence artificielle

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Programme de Probabilités et Statistiques de L3 Mathématiques et Interaction.

Descriptif

- Théorie élémentaire des probabilités (sans théorie de la mesure et sans s'attarder sur les tribus).
- Probabilité conditionnelle et indépendance.
- Chaînes de Markov sur des espaces d'états dénombrables.
- Lois continues (uniforme, exponentielle, gaussienne) ; espérance, variance.
- Retour à l'indépendance.
- Loi des grands nombres et théorème limite central.
- Vecteur gaussien, lien entre décorrélation et indépendance, application à la prédiction.
- Modèles statistiques, statistique paramétrique.
- Estimation, biais, variance, erreur quadratique moyenne.
- Maximum de vraisemblance, intervalles de confiance.
- Théorème de Neyman-Pearson.
- Tests classiques jusqu'au χ^2 .

Acquis d'apprentissage

Maîtriser les outils de probabilités et statistiques utiles en ingénierie mathématique et en intelligence artificielle.

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie

- Michel Lejeune. *Statistique. La théorie et ses applications*. Springer, 2nd Ed., 2010.
- Yadolah Dodge. *Premiers pas en Statistique*. Springer, 2008.



Éléments finis – ELFI

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ELFI	6	21	21	21	63	Éléments finis

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Descriptif

Ce cours aborde les éléments finis en dimension 2, d'un point de vue calcul scientifique, avec la réalisation d'un projet qui va du maillage à la résolution du système linéaire en passant par le calcul des matrices et second-membres élémentaires, l'assemblage, la prise en compte des conditions de Dirichlet, la validation numérique.

- Motivation et présentation du cadre mathématique
 - Les problèmes elliptiques ; EDP et problèmes aux valeurs propres
 - Cadre fonctionnel mathématique (notion de distributions, dérivée d'une distribution, espaces de Sobolev H^m , H_0^1 , théorème de traces, espaces $H^{1/2}$, $H^{3/2}$) ; formules de Green ; formulation variationnelle
 - Théorème de Lax-Milgram ; inégalité de Poincaré
 - Méthode de Galerkin : discrétisation de la formulation variationnelle
- Un exemple modèle 2D : éléments finis de Lagrange Présentation de l'ensemble des ingrédients de la méthode des éléments finis sur un exemple modèle 2D : formulation variationnelle et caractère bien posé ; triangulation de Lagrange P1 ; espaces discrets et fonctions de base ; problème discret et système linéaire ; matrices et second-membres élémentaires ; l'élément de référence ; formules de quadrature ; procédure d'assemblage
- Quelques éléments finis usuels
Éléments finis de Lagrange triangulaires ou quadrangulaires, droits ou courbes, définis à partir de l'élément fini de référence
- Configuration générique et détails d'implémentation
 - Intégrands génériques, matrices et second-membres élémentaires
 - Assemblage et stockages d'une matrice creuse (stockage morse ordonné et stockage morse désordonné)
 - Prise en compte de la condition de Dirichlet
 - Résolution et validation (lemme de Céa)
- Réalisation d'un projet de mise en œuvre des éléments finis sous un format générique.

Acquis d'apprentissage

Compétences visées

Commentaire

TP en C.

Bibliographie



Résol. num. de pb. aux dériv. part. de la phys. – RNDF

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
RNDP	5	21	21	21	63	Résolution numérique de problèmes aux dérivées partielles de la physique

Équipe pédagogique

UE proposée par l'équipe pédagogique du parcours Calcul Scientifique et Modélisation du master Mathématiques et Applications à l'UFR Mathématiques.

Prérequis

- Bases théoriques de licence de mathématiques concernant le calcul différentiel
- Bases théoriques de licence de mathématiques en analyse matricielle
- Bases théoriques de licence de mathématiques concernant les équations différentielles
- Méthodes numériques élémentaires concernant la résolution de systèmes linéaires, l'interpolation, les équations différentielles, l'intégration numérique
- Savoir programmer dans le langage Matlab

Descriptif

Pour chaque grande famille d'équations aux dérivées partielles (elliptique, parabolique et hyperbolique), on motivera l'étude par la description de situations en physique ou sciences de l'ingénieur où la modélisation mathématique conduit à la formulation d'un problème aux dérivées partielles. On s'intéressera ensuite au cadre mathématique permettant d'établir que ce problème est bien posé mathématiquement (notion d'existence et d'unicité d'une solution dépendant continûment des données). On abordera la manière dont une approximation de la solution de ce problème peut être calculée numériquement à l'aide de schémas numériques. On détaillera la construction et l'étude de schémas de type différences finies, mais la résolution par la méthode des éléments finis sera mise en avant en lien avec l'UE dédiée à l'étude de cette méthode à chaque fois que cela sera pertinent. Concernant l'étude des schémas aux différences finies, on détaillera l'étude des notions de stabilité, de consistance et de convergence du schéma. Une attention particulière sera accordée à la mise en œuvre de ces schémas au cours de séances de travaux pratiques sous Matlab et à l'illustration des propriétés des schémas.

Acquis d'apprentissage

L'objectif de cette UE est d'aborder les spécificités mathématiques et numériques des trois grandes familles d'équations aux dérivées partielles (EDP) : elliptique, parabolique et hyperbolique. Une attention particulière est donnée à l'étude théorique et expérimentale des schémas de résolution numérique et à leur mise en œuvre sur ordinateur.

À l'issue de cette UE, l'étudiant sera en mesure pour des situations simples issues de la physique ou des sciences de l'ingénieur,

- de proposer un modèle mathématique sous forme d'un problème aux dérivées partielles (lorsque la dite situation le nécessite) ;
- de s'assurer que le problème mathématique est bien posé au sens de Hadamard, c'est-à-dire qu'il admet une unique solution dépendant continûment des données ;
- de proposer un schéma numérique de type différences finies permettant de calculer une approximation de la solution de ce problème ;
- d'étudier les caractéristiques de ce schéma, en particulier son caractère bien posé et ses propriétés de convergence pour approcher une solution du problème considéré ;
- de mettre en œuvre ce schéma dans un environnement de calcul scientifique tel Matlab.

Descriptif

1. Étude d'un problème aux limites unidimensionnel

Trouver une fonction $u \in \mathcal{C}^2([a, b])$ telle que

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} -(\alpha(x)u'(x))' + \beta(x)u'(x) + \gamma(x)u(x) = f(x) & \forall x \in]a, b[\\ u(a) = u_a, \quad u(b) = u_b \end{cases}$$

où β , γ et f désignent trois applications continues sur $[a, b]$, $\alpha \in \mathcal{C}^1([a, b])$, et u_a, u_b désignent deux réels.

- Notion de problème aux limites vs problème de Cauchy
- Notion de problème bien posé au sens de Hadamard. Principe du Maximum : dépendance de la solution vis à vis des données et unicité de la solution
- Approximation par différences finies du problème (\mathcal{P}) . Construction d'un schéma aux différences finies centré d'ordre 2; mise sous forme matricielle
- Complément d'analyse matricielle : matrice à diagonale dominante (lemme de Hadamard), matrice monotone
- Existence et unicité de la solution du problème discret
- Notion de stabilité du schéma aux différences finies
- Étude de l'erreur de consistance pour le schéma aux différences finies
- Étude de la convergence du schéma aux différences finies

2. Étude d'un problème aux limites modèle elliptique en dimension 2

Étant donné un ouvert non vide Ω de \mathbb{R}^2 , trouver $u \in \mathcal{C}^2(\bar{\Omega})$ tel que

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} -\Delta u + a_0 u = f & \text{dans } \Omega \\ \frac{\partial u}{\partial n} = f_1 & \text{sur } \Sigma_1 \\ u = u_0 & \text{sur } \Sigma_0 \end{cases}$$

où $\{\Sigma_0, \Sigma_1\}$ forme une partition de la frontière de Ω , $f \in \mathcal{C}^0(\bar{\Omega})$, $a_0 \in \mathcal{C}^0(\bar{\Omega})$, $f_1 \in \mathcal{C}^0(\Sigma_1)$ et $u_0 \in \mathcal{C}^0(\Sigma_0)$.

- Notion de conditions aux limites : Dirichlet, Neumann
- Notion de problème bien posé au sens de Hadamard
 - Existence d'une solution au problème de Dirichlet (\mathcal{P}) dans le cas où f est nulle par la méthode de séparation de variables
 - Principe du Maximum : dépendance de la solution vis à vis des données et unicité de la solution
- Approximation par différences finies du problème (\mathcal{P})
 - Construction d'un schéma aux différences finies centré d'ordre 2. Mise sous forme matricielle; influence de la numérotation globale des nœuds sur la forme de la matrice; lien avec le stockage de la matrice
 - Étude de la stabilité du schéma
 - Étude de l'erreur de consistance
 - Étude de la convergence du schéma

3. Étude d'un problème parabolique modèle

Trouver $u : [a, b] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \partial_t u(x, t) = \alpha \partial_x^2 u(x, t) + \beta u(x, t) + f(x, t) & \forall x \in [a, b] \quad \forall t \in \mathbb{R}_+^* \\ u(a, t) = u(b, t) = 0 & \forall t \in \mathbb{R}_+^* \\ u(x, 0) = u_0(x) & \forall x \in [a, b] \end{cases}$$

où $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$, $\beta \in \mathbb{R}^-$, $f \in \mathcal{C}^0([a, b] \times \mathbb{R}_+)$ et $u_0 \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$.

- Notion de problème bien posé au sens de Hadamard
 - Existence d'une solution au problème de Dirichlet (\mathcal{P}) dans le cas où f est nulle par la méthode de séparation de variables
 - Estimation de l'énergie : dépendance de la solution vis à vis des données et unicité de la solution
- Approximation du problème (\mathcal{P}) par un schéma aux différences finies explicite d'ordre 2 centré en espace et d'ordre 1 en temps
 - Étude de la stabilité du schéma; notion de condition CFL
 - Étude de l'erreur de consistance pour le schéma
 - Étude de la convergence du schéma; illustration du principe de Lax
- Approximation du problème (\mathcal{P}) par un schéma différences finies implicite d'ordre 2 centré en espace et d'ordre 1 en temps; notion de schéma implicite inconditionnellement stable
 - Le schéma de Cranck-Nicholson

4. Étude d'un problème hyperbolique modèle

Trouver $u : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ telle que

$$\partial_t u(x, t) + c(x) \partial_x u(x, t) = f(x, t) \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \forall t \in \mathbb{R}_+^*$$

sous la condition initiale $u(x, t = 0) = u_0(x) \forall x \in \mathbb{R}$ où $c \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$, $u_0 \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ et $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+)$.

- Étude du problème d'advection à vitesse constante
 - Existence et unicité d'une solution; notion de droite caractéristique
 - Conservation de l'énergie
 - Formule de Duhamel dans le cas d'une équation non-homogène

- Étude du problème d'advection à vitesse variable : existence et unicité d'une solution ; notion de courbe caractéristique
- Approximation par différences finies du problème d'advection à vitesse constante
 - Le schéma Upwind
 - Étude de la consistance du schéma Upwind
 - Étude de la stabilité du schéma Upwind par la méthode de Fourier-Von-Neumann
 - Étude de la convergence du schéma Upwind ; illustration du principe de Lax
- Autres schémas d'approximation par différences finies : schéma de Lax-Friedrich, schéma de Lax-Wendroff, schéma saute-mouton, schémas implicites
- Compléments sur l'équation des ondes

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie

- S. Balac, *Résolution numérique de problèmes aux dérivées partielles de la physique*, polycopié UFR Mathématiques, Université de Rennes 1, 2020.
- D. Euvrard, *Résolution numérique des équations aux dérivées partielles de la physique, de la mécanique et des sciences de l'ingénieur*, Masson, 1994.



Modélisation en action 1 – MODA1

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MODA1	5	18	18	12	48	Modélisation en action 1

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR de Mathématiques

Prérequis

Savoirs fondamentaux des majeures de Licence 1 et de Licence 2 de mathématiques.

Descriptif

Problèmes de thermiques (convection, conduction). Des problèmes de la physique et de l'industrie à la modélisation : quelques exemples d'échanges thermique avec ou sans couplage).

1. Conduction
 - Champ de température, loi de Fourier, équations, condition initiale et aux limites
 - Cas simple, applications (ex : mise en contact de deux milieux, mise hors gel de canalisation, *etc*)
 - Résolution numérique → programmation Matlab en s'appuyant sur « MethNum »
2. Convection
 - Équation de conservation de Navier-Stokes et de l'énergie
 - Théorème de Vaschy-Buckingham, Analyse dimensionnelle, Paramètres de similitude de Reynolds, Eckert, Prandtl et Nusselt
 - Couche limite dynamique (équation parabolique)
 - Couche limite thermique
 - Exemples : sur plaque plane, dans une conduite, *etc*
 - Résolution numérique → programmation Matlab en s'appuyant sur « MethNum »

Acquis d'apprentissage

Initiation à la modélisation et résolution en situation d'échanges thermiques avec, ou sans, forçage.

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Commentaire

TP en Matlab.

Bibliographie



Systèmes incertains – SYST

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SYST	5	18	15	15	48	Systèmes incertains

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR de Mathématiques

Prérequis

- Bases en analyse modale (notions de modes propres et de fréquences propres) et vibrations linéaires
- Bases en algèbre linéaire
- Bases en probabilités et statistique
- Bases en Matlab ou en Python.

Descriptif

L'objectif du cours est d'être capable de propager des incertitudes dans un modèle numérique, en s'intéressant plus particulièrement au cas des vibrations et de la dynamique des structures. En effet, les modèles étudiés sont souvent déterministes (i.e. valeur constante des paramètres) et ne tiennent pas compte des variations et incertitudes présentes qui peuvent venir de variations des conditions expérimentales, des tolérances de fabrications, d'erreur de modélisation etc. Il devient alors primordial d'être capable d'identifier ces sources d'incertitudes, de les modéliser puis d'estimer leur impact. Le but du cours est de fournir les bases théoriques et les outils permettant de répondre à ces questions. Les différents outils seront manipulés au cours de différents TP numériques.

Les outils étudiés lors de ce cours sont généraux et pourront être appliqués à d'autres problématiques. L'objectif est de donner à l'étudiant des notions théoriques et bagage pratique pour réaliser ce type d'études. Dans le cadre de cette UE, les différentes méthodes étudiées seront plus particulièrement appliquées au cas de la vibration et de la dynamique des structures.

Outils

Les outils utilisés dans le cours sont :

- Outils numériques : matlab, python, logiciel éléments finis
- Outils théoriques et pratiques : méthode de Rayleigh-Ritz, variables aléatoires, plans d'expériences, simulations de Monte Carlo, chaos polynomial, régression linéaire, krigeage, indices de Sobol.

Acquis d'apprentissage

- Modélisation d'un système dynamique
- Construction de bases réduites par méthode de Rayleigh Ritz et recalage de modèle
- Capacité à identifier et modéliser les incertitudes présentes dans un modèle
- Estimation par simulation numérique l'impact de ces incertitudes sur la réponse dynamique d'un système mécanique (moyenne, variance, sensibilité *etc*)
- Construction et exploitation de méta-modèles pour l'estimation de quantités statistiques.

Compétences visées

À la sortie du cours, l'étudiant est capable de modéliser un système dynamique et d'identifier les sources d'incertitudes présentes. Il est capable de mettre en place une démarche scientifique pour estimer l'impact de ces incertitudes sur le modèle étudié en utilisant différentes méthodes de propagation d'incertitudes. Il est ensuite capable d'utiliser ses résultats pour analyser le modèle incertain.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Apprentissage statistique – APST

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
APST	5	18	0	18	36	Apprentissage statistique

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR de Mathématiques

Prérequis

- Bases en algèbre linéaire, matrices.
- Bases en optimisation, algorithmes de gradient.
- Bases en probabilités et statistique, variables aléatoires, moyenne, variance.
- Bases en Python.

Descriptif

L'apprentissage (machine learning) a pour but de trouver des algorithmes permettant de prédire certaines variables (cachées) à l'aide d'autres (observées). Ces algorithmes sont mis au point à l'aide d'un ensemble d'apprentissage où tout est observé. C'est donc le lien entre variables qui doit être décrypté. Le cours est constitué de 9 chapitres qui introduisent les notions de base utiles à la compréhension de ces algorithmes :

1. Analyse factorielle
2. Classification non supervisée (clustering)
3. Analyse discriminante
4. Régression linéaire multiple
5. Ridge, lasso, et ACP (analyse en composantes principales)
6. Méthodes des k plus proches voisins et estimateur à noyau
7. Arbres de décision ; validation/comparaison pour les algorithmes de classifications
8. Agrégation de modèles : bagging, forêts aléatoires, boosting et gradient boosting
9. Réseaux de neurones et deep learning

Acquis d'apprentissage

À l'issue de ce cours, les étudiants seront capables de choisir une méthode d'apprentissage, de la mettre en œuvre, et de la valider.

Compétences visées

Organisation

Chaque cours est associé à une séance de TP en Python. L'évaluation se fait par des rendus d'études de cas. L'approche choisie minimise les Pré-requis en statistique, mais des notions de base comme la variance, la corrélation, *etc*, devront être maîtrisées, ainsi que les probabilités élémentaires.

Bibliographie

- Robert Tibshirani and Jerome Friedman, *Elements of Statistical Learning by Trevor Hastie*.
- Michael Bowles, *Machine Learning in Python*.



Projet tutoré – PT

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
PT	2	4,5	0	0	4,5	Projet tutoré

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR de Mathématiques

Acquis d'apprentissage

- Modélisation mathématique d'un phénomène naturel ou d'un dispositif physique
- Étude analytique de solutions particulières
- Choix d'une méthode de résolution numérique
- Dérivation d'un algorithme, étude mathématique de la stabilité, convergence, précision
- Développement d'un code informatique, optimisation
- Analyse critique des résultats, validation.

Objectifs

Donner l'occasion aux étudiants d'appliquer les connaissances théoriques acquises en Master 1 CSM à la résolution de problèmes concrets, de la phase de définition à la livraison. Les exercices seront soigneusement choisis et ouverts pour favoriser les prises d'initiatives et le sens des compromis. L'accent sera mis sur les bonnes pratiques, techniques et collaboratives, du monde de la recherche et des entreprises. Les sujets seront définis chaque année en concertation avec l'équipe pédagogique ainsi que les professionnels partenaires du master.

Ce module est accessible en mineur aux parcours scientifiques autres que mathématiques, notamment physique, mécanique et ingénierie. En master CSM spécifiquement, un même étudiant doit impérativement suivre un Projet Tutoré.

Organisation

- Travail en équipe, de préférence pluridisciplinaire
- Répartition des tâches, désignation d'un chef d'équipe
- Développement agile
- Évaluation par les pairs.

Modalités d'évaluation

- Cahier de charge ;
- Calendrier de réalisation, respect des délais de livraison ;
- Présentation orale en équipe devant un jury comprenant des professionnels.

Commentaire

Ces projets n'entrent pas dans le volume d'heures de base de la formation (à part les 4h30 CM). Les 25 heqTD restantes sont liées à l'encadrement des groupes de projet, avec une valorisation de l'encadrant « à hauteur de 0,70 HTD par étudiant, par tranche de 50 heures de projet dans la maquette ». Dans certains cas particuliers, des PT peuvent être initiés dès le 1er semestre (S7).

Cette UE peut être mutualisée avec l'INSA : partage de projets, collaboration entre étudiants, encadrement mixte avec des enseignants de l'INSA et de l'UFR Mathématiques.

Bibliographie



Stage en M1 csm – STAGE

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
STAGE	4	0	0	0	0	Stage en M1 csm

Équipe pédagogique

Enseignants et partenaires de l'UFR de Mathématiques

Prérequis

Pour pouvoir suivre cette UE, il est nécessaire d'avoir plus de 10 de moyenne sur les enseignements des deux semestres (avec compensation entre les deux semestres).

Descriptif

À voir selon le sujet du stage

Acquis d'apprentissage

Les objectifs de cette UE sont

- d'exercer une expérience professionnalisante autonome sur un projet imposé.
- de découvrir le monde de l'entreprise ou de la recherche
- d'apprendre à rédiger des rapports et compte rendus de travail ainsi qu'à exposer ses résultats en publique.

Compétences visées

- Savoir travailler en équipe, être autonome.
- Capacité à appréhender une problématique nouvelle.
- Capacité de restitution des ses travaux à l'écrit comme à l'oral.

Organisation

La validation de l'UE STAGE est obligatoire pour l'admission en deuxième année de master Calcul Scientifique et Modélisation.

La durée minimale de stage est de 8 semaines (de mai à fin août) ; le stage débute à la fin des enseignements disciplinaires.

Modalités d'évaluation

Rapport écrit et soutenance orale de 15 minutes devant un jury composé des encadrants de stages et de l'équipe pédagogique du master.

Bibliographie



Algorithmique de base – ALBA

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ALBA	5	22,5	22,5	12	57	Algorithmique de base

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Mathématiques de licence, en particulier algèbre et arithmétique, corps finis

Descriptif

- Recherche dichotomique, tris, arbres. Complexité. Algorithmes élémentaires pour les graphes.
- PGCD, PGCD étendu, théorème chinois et arithmétique modulaire.
- Opérations sur les polynômes (opérations élémentaires, PGCD, interpolation, relations coefficients/racines). Multiplication rapide de polynômes (Schoolbook, Karatsuba, Toom-Cook, transformation de Fourier rapide, Number Theoretic Transform). Factorisation des polynômes, en particulier sur les corps finis. Localisation des racines de polynômes si le temps le permet.
- Résultants, initiation aux bases de Groebner.
- Arithmétique multiprécision. Inversion multiprécision (méthode de Newton, exponentiation, ...). Autres applications de la méthode de Newton (racine carrée).
- Réduction modulaire (Réduction de Montgomery, bases normales et gaussiennes si le temps le permet).

Acquis d'apprentissage

- Notion de complexité
- Algorithmique nécessaire pour les codes correcteurs d'erreurs et la cryptographie classique et post-quantique

Compétence visées

- Transfert de connaissances mathématiques vers leur mise en oeuvre pratique
- Choisir/évaluer un algorithme en fonction des besoins et de l'environnement



Théorie de l'information – TINFO

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
TINFO	2	12	12	0	24	Théorie de l'information

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Outils de base de probabilité et de statistique

Descriptif

- Quantification de l'information, entropie, information mutuelle, stockage de l'information, irréversibilité
- Codage de sources, Théorème de Shannon, compression de données sans pertes, code de Huffman, algorithme de Lempel-Ziv
- Canaux de transmission, classification, capacité, codage de canal bruité, théorème fondamental de la transmission

Acquis d'apprentissage

Bases de la théorie de l'information et de sa transmission

Compétence visées

- Connaître les fondements théoriques de la théorie de l'information
- Savoir évaluer les qualités et défauts d'un système de communication



Outils en probabilités et statistique pour l'ingénierie m

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
OPS	5	22,5	22,5	12	57	Outils en probabilités et statistique pour l'ingénierie mathématique et l'intelligence artificielle

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Probabilités et statistique de licence

Descriptif

- Théorie élémentaire des probabilités (sans théorie de la mesure et sans s'attarder sur les tribus)
- Probabilité conditionnelle et indépendance
- Chaînes de Markov sur des espaces d'états dénombrables
- Loïs continues (uniforme, exponentielle, gaussienne). Espérance, variance.
- Retour à l'indépendance
- Loi des grands nombres et théorème-limite central
- Vecteur gaussien. Lien entre décorrélation et indépendance. Application à la prédiction.
- Modèles statistiques, statistique paramétrique
- Estimation. Biais, variance, erreur quadratique moyenne.
- Maximum de vraisemblance. Intervalles de confiance.
- Théorème de Neyman-Pearson.
- Tests classiques jusqu'au chi 2.
- Échantillonnage

Acquis d'apprentissage

- Théorie des probabilités
- Chaînes de Markov
- Modèles statistiques
- Tests statistiques

Compétence visées

- Maîtrise des probabilités et des statistiques nécessaires pour le métier d'ingénieur mathématicien
- Mise en pratique concrète de théories mathématiques avancées
- Autonomie
- Prise d'initiative



Low level programming – LLP

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
LLP	5	19,5	0	19,5	39	Low level programming



Analyse et conception formelle – ACF

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ACF	5	15	0	24	39	Analyse et conception formelle



Codes correcteurs d'erreurs – COCO

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
COCO	5	21	19,5	12	52,5	Codes correcteurs

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

- Algèbre de licence, corps finis
- Algorithmique de base

Descriptif

- Codes linéaires
- Codes cycliques
- Codes de Reed-Solomon
- Codes BCH, exemples d'algorithmes de décodage
- Codes de Goppa
- Cryptosystème de Mac Eliece

Acquis d'apprentissage

Codes correcteurs d'erreurs et leurs applications

Compétence visées

- Mise en pratique concrète de théories mathématiques avancées
- Autonomie
- Prise d'initiative
- Premier niveau d'expertise en codes correcteurs d'erreurs



Cryptographie – CRYP

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
CRYP	5	22,5	15	15	52,5	Cryptographie

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

- Arithmétique et algèbre de licence
- Algorithmique de base

Descriptif

- Historique et principes généraux de la cryptographie.
- Chiffrement par blocs
- RSA, chiffrement/déchiffrement, tests de composition/primalité, générations de clés, attaques principales (petite clé publique, Wiener, canaux cachés)
- Logarithme discret dans le cas générique, attaques génériques, cas du groupe multiplicatif d'un corps fini, calcul d'indice
- Signature électronique
- Infrastructures à clé publique
- Recommandations de l'ANSSI

Acquis d'apprentissage

- Cryptographie symétrique
- Cryptographie à clé publique

Compétence visées

- Mise en pratique concrète de théories mathématiques avancées
- Autonomie
- Prise d'initiative
- Premier niveau d'expertise d'un cryptographe
- Savoir choisir, paramétrer et dimensionner un cryptosystème



Compléments de cryptographie – CRYPC

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
CRYPC	2	6	6	6	18	Compléments en cryptographie

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

- Cryptographie
- Programmation

Descriptif

- Modes de chiffrement par bloc
- Chiffrements par flot
- Fonctions de hachage
- Preuves à divulgation nulle de connaissance

Acquis d'apprentissage

Cryptographie symétrique appliquée

Compétence visées

- Travail en groupe
- Implémentation d'un standard cryptographie
- Autonomie
- Savoir choisir, paramétrer et dimensionner un cryptosystème



Complexité – CPLX

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
CPLX	3	15	15	0	30	Théorie de la complexité

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Algorithmique de base

Descriptif

- Rappels sur les graphes/arbres
- Langages et grammaires formelles
- Fonctions booléennes, logique propositionnelle, prédicats, premier théorème d'incomplétude
- Automates finis et langages réguliers
- Langages non-réguliers et machines de Turing
- Classes de complexité
- Si le temps le permet, stochasticité, complexité de Kolmogorov, entropie

Acquis d'apprentissage

- Logique, langages, machines de Turing.
- Classes de complexité

Compétence visées

- Appréhender la théorie de la complexité pour savoir jauger les problèmes mathématiques sur lesquels reposent les primitives cryptographiques
- Culture en informatique théorique



Network for security – NFS

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
NFS	5	20	10	16	46	Network for security



Projet Recherche & développement – PRD

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
PRD	5	0	0	0	0	Projet R&D

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Aucun

Descriptif

Projet ou stage

Acquis d'apprentissage

- Esprit d'initiative
- Autonomie
- Mise en oeuvre pratique des compétences théoriques acquises au cours de l'année
- Travail en équipe

Compétence visées

- Esprit d'initiative
- Autonomie
- Mise en oeuvre pratique des compétences théoriques acquises au cours de l'année
- Travail en équipe



Algèbre de base – ALGB

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ALGB	5	22,5	22,5	4,5	49,5	Algèbre de base

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR de Mathématiques

Prérequis

Théorie des groupes (groupes cycliques, théorème de Lagrange), algèbre linéaire, anneaux principaux, anneaux de polynômes, $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, anneaux quotients.

Descriptif

Après un renforcement des acquis sur la notion de quotient et l'utilisation systématique des propriétés universelles, on étudiera l'algèbre linéaire sur un anneau avec la notion de noethérianité et la classification des modules de type fini sur un anneau euclidien (via la forme de Smith d'une matrice). On fera ensuite la théorie des extensions de corps avec en particulier l'étude des corps finis et leur construction, et l'étude des polynômes cyclotomiques, sans aller jusqu'à la théorie de Galois.

I. Généralités sur les anneaux, idéaux, corps (rappel très rapide, sauf sur les quotients, et propriétés universelles)

1. Anneaux
2. Groupe multiplicatif, corps
3. Morphismes
4. Noyaux et idéaux
5. Anneaux quotient
6. Interprétation du quotient comme ajout de relations,
7. Anneaux de polynômes, adjonction d'un élément
8. Idéaux maximaux, idéaux premiers

II. Modules, anneaux noethériens et structure des modules sur un anneau euclidien/principal

1. Généralités sur les modules
2. Anneaux noethériens, A noethérien implique $A[X]$ noethérien
3. Modules libres, rang d'un module libre, matrices
4. (optionnel) Déterminant, multiplicativité du déterminant à coefficients dans un anneau quelconque via la permanence des identités
5. Rappels sur les anneaux euclidiens et principaux
6. Forme de Smith
7. Interprétations et applications : lien avec le pgcd et les coefficients de Bézout, noyau et image d'une application linéaire
8. Générateurs et relations pour un module
9. Théorème de structure pour les groupes abéliens de type fini
10. (optionnel) Application en algèbre linéaire : réduction de Frobenius

III. Extension de corps

1. Extensions de corps, éléments algébriques et transcendants, degré
2. Critères d'irréductibilité dans $\mathbb{Q}[X]$, lien avec $\mathbb{Z}[X]$, critère d'Eisenstein
3. (optionnel) Construction à la règle et au compas
4. Corps de rupture et corps de décomposition
5. \mathbb{C} algébriquement clos (éventuellement preuve par les extensions),
6. Clôture algébrique, exemple de la clôture algébrique de \mathbb{Q} (comme sous-corps de \mathbb{C}) et de \mathbb{F}_p

IV. Corps finis

1. Propriétés élémentaires des corps finis
2. Le groupe multiplicatif est cyclique [déjà vu en ANAR]
3. Le morphisme de Frobenius
4. Existence, unicité, et plongements des corps finis

5. Polynômes irréductibles sur un corps fini, test d'irréductibilité de Rabin, proportion des irréductibles, construction effective des corps finis,
6. (optionnel) Polynômes cyclotomiques : lien avec les racines de l'unité dans les corps finis, irréductibilité des polynômes cyclotomiques dans $\mathbb{Q}[X]$
7. (optionnel) Berlekamp : version déterministe, version randomisée, algorithme de Cantor-Zassenhaus

Acquis d'apprentissage

Maîtrise de la notion de quotient, utilisation des propriétés universelles. Algèbre linéaire sur \mathbb{Z} , résolution de systèmes à coefficients entiers. Corps finis et questions algorithmiques associées.

Compétences visées

Faire preuve de rigueur, être capable d'abstraction, savoir rédiger clairement, communiquer ses idées, avoir l'esprit d'initiative.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Théorie des groupes et géométrie – THGG

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
THGG	5	22,5	22,5	0	45	Théorie des groupes et géométrie

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Le programme d'algèbre et géométrie de L3 Mathématiques fondamentales, dont l'UE *Théorie des groupes*.

Descriptif

- Rappels sur les groupes et les actions de groupes ; résolubilité, simplicité ;
- Groupes symétriques et alternés, familles de générateurs, résolubilité ;
- Groupe linéaire, spécial linéaire sur un corps ; familles de générateurs, résolubilité ; drapeaux, décomposition LU , décomposition de Bruhat ; groupes linéaires sur un corps fini, utilisation des inversibles d'une sous-algèbre de matrices pour trouver des sous-groupes de Sylow ;
- Géométrie projective : définitions, structure du complémentaire d'un hyperplan, homographies, théorèmes de Thalès, de Pappus, de Desargues ; dualité ;
- Éléments de géométrie affine ;
- Formes quadratiques sur \mathbb{R} ; compacité du groupe orthogonal, sous-groupes fermés (théorème de Cartan) et compacts du groupe linéaire, sous-groupes finis de $SO(3)$, polyèdres réguliers ; décompositions de Cartan et d'Iwasawa.

Acquis d'apprentissage

Utiliser et étudier des groupes en lien avec la géométrie.

Compétences visées

Faire preuve de rigueur, être capable d'abstraction, savoir rédiger clairement, communiquer ses idées, avoir l'esprit d'initiative.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Analyse, distribution, Fourier – ADF

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ADF	5	22,5	22,5	0	45	Analyse, distribution, Fourier

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Connaissances de L3 Mathématiques en topologie générale, intégrale de Lebesgue, suite et séries de fonctions.

Descriptif

L'UE vise à introduire la notion de distribution et ses propriétés.

- Espaces L^p . Inégalités de Hölder, de Young. Théorème de Stone-Weierstrass. Résultats de densité par régularisation
- Notions de topologie sur les espaces de Fréchet et généralisation des théorèmes d'analyse fonctionnelle aux opérateurs sur ces espaces
- Espaces des distributions D' et des distributions tempérées S'
- Opérations sur les distributions. Transformée de Fourier sur l'espace S'

Acquis d'apprentissage

Notion de distribution et propriétés. Transformée de Fourier et sa généralisation à S' .

Compétences visées

Comprendre et savoir utiliser la notion de distribution, outil important dans l'analyse des équations aux dérivées partielles et en théorie du signal.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Analyse fonctionnelle – ANAF

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ANAF	5	22,5	22,5	0	45	Analyse fonctionnelle

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Connaissances de L3 Mathématiques en Topologie générale, espaces vectoriels normés, intégrale de Lebesgue.

Descriptif

L'UE vise à étudier les propriétés topologiques des espaces vectoriels de dimension infinie. L'objectif est plus précisément d'étudier les espaces de Hilbert ou de Banach dont les éléments sont des fonctions, afin notamment d'analyser les opérateurs agissant entre ces espaces. Cette problématique est essentielle en vue d'aborder la résolution de problèmes dont l'inconnue est une fonction.

- Les théorèmes de l'analyse fonctionnelle : principe de la borne uniforme de Banach-Steinhaus, théorème de l'application ouverte de Banach-Schauder, théorème d'isomorphisme de Banach, théorème du graphe fermé.
- Dualité dans les espaces de Banach. Théorème de Hahn-Banach. Topologies faibles et faible-étoile. Réflexivité
- Analyse hilbertienne. Théorème de représentation de Riesz. Bases hilbertiennes et exemples classiques (polynômes orthogonaux)
- Éléments de théorie spectrale pour les applications linéaires continues sur un Banach. Diagonalisation des opérateurs compacts autoadjoints ou normaux.

Acquis d'apprentissage

Principales notions d'analyse fonctionnelle hilbertienne et banachique. Rudiments de théorie spectrale.

Compétences visées

Connaître et savoir mettre en œuvre les grands résultats d'analyse fonctionnelle dans les espaces de Hilbert et de Banach.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Probabilités et chaînes de Markov – PCM

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
PCM	5	22,5	22,5	4,5	49,5	Probabilités et chaînes de Markov

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Programme de L3 Mathématiques en Probabilités, tel que celui de l'UE *Probabilités* de L3 Mathématiques fondamentales de l'UFR Mathématiques, en particulier :

- Notion de variables aléatoires, loi, espérance, variance et moments d'une variable aléatoire ; lois usuelles ;
- Indépendance de tribus, de variables aléatoires ;
- Fonctions caractéristiques ;
- Sommes de variables aléatoires ;
- Convergences probabilistes, liens entre ces convergences, lemmes de Borel-Cantelli ;
- Lois des grands nombres, théorème central limite.

Descriptif

L'UE vise à introduire la notion de chaînes de Markov, leurs principales propriétés et les outils pour les analyser.

- Vecteurs gaussiens : matrice de covariance, loi gaussienne multidimensionnelle, densités gaussiennes, théorème central limite multidimensionnel, lois de Student, de χ^2 ;
- Conditionnement discret : espérance et probabilité conditionnelles, lois conditionnelles ; propriétés ; notion d'espérance conditionnelle générale et cas gaussien ;
- Processus à temps discret : filtrations, temps d'arrêt ;
- Chaînes de Markov à espace d'états fini et dénombrable : classifications des états, mesures invariantes, théorème ergodique, applications ;
- Marche aléatoire, processus de branchement de Galton-Watson.

Acquis d'apprentissage

À l'issue de l'UE, un étudiant devra pouvoir justifier des modélisations d'expérience probabiliste par des chaînes de Markov, il devra pouvoir classifier les états d'une chaîne de Markov, en déterminer les mesures et probabilités invariantes pour en déduire le comportement asymptotique.

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie

- Bernard Bercu, Djalil Chafaï. *Modélisation stochastique et simulation*. Dunod Ed., 2007.
- Philippe Barbe, Michel Ledoux. *Probabilité*. EDP sciences, 2007.
- Michel Benaïm, Nicole El Karoui. *Promenade aléatoire*. Éditions de l'École Polytechnique, 2005.
- Willam Feller. *An introduction to probability theory and its applications*. Vol 1 and 2. Wiley series in Probability, 1966.
- Dominique Foata, Aimé Fuch. *Processus stochastiques*. Dunod, 2004.
- Jean Jacod, Philipp Protter. *L'essentiel en théorie des probabilités*. Vuibert, 2003.
- James Norris. *Markov Chains*. Cambridge studies in advanced mathematics, 1997.
- Nicolas Privault. *Understanding Markov Chains – Examples and Applications*. Second Edition, Springer Undergraduate Mathematics Series, Springer, 2018.



Statistique mathématique – STMA

S7	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
STMA	5	22,5	22,5	4,5	49,5	Statistique mathématique

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Programme de Probabilités de L3 Mathématiques fondamentales (UE *Probabilités*) (lois usuelles, convergences probabilistes, LGN, TCL), notion de vecteurs gaussiens.

Descriptif

Bases de la statistique inférentielle : modèle paramétrique, estimation statistique, intervalle de confiance, test statistique.

- Modèle statistique, modèle paramétrique, identifiabilité, domination ;
- Estimation paramétrique, échantillons, statistiques, estimateurs, propriétés usuelles des estimateurs ;
- Variables aléatoires gaussiennes, vecteurs gaussiens, lois gamma, normes de vecteurs gaussiens, théorèmes de Student et de Cochran ;
- Méthodes de substitutions, méthodes des moments, convergences, intervalles de confiance ;
- Méthodes de contraste, estimateurs des moindres carrés, convergences et intervalles de confiance ;
- Théorie des tests, risque, puissance ; tests de Neyman-Pearson, test du rapport des vraisemblances maximales ;
- Tests de χ^2 ;
- Statistiques d'ordre, quantiles et fonction de répartition empirique : théorèmes de Glivenko-Cantelli et de Kolmogorov-Smirnov ; test d'ajustement de Kolmogorov-Smirnov.

Acquis d'apprentissage

- Savoir modéliser une situation ;
- Estimer des quantités avec les méthodes usuelles, notamment par intervalle de confiance ;
- Connaître et savoir prouver les propriétés d'un estimateur ;
- Savoir mettre en place un test statistique pour trancher entre deux hypothèses.

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie

- Benoît Cadre, Céline Vial. *Statistique mathématique, cours et exercices corrigés (Master 1, agrégation)*. Ellipse, 2012.
- Dominique Fourdrinier. *Statistique inférentielle*. Dunod, 2002.
- Alain Monfort. *Cours de Statistiques mathématiques*. Économica, 1982.
- Vincent Rivoirard, Gilles Stoltz. *Statistique mathématique en action*. Vuibert, 2009.
- Philippe Tassi. *Méthodes statistiques*. Économica, 1985.



Théorie des nombres – THNO

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
THNO	5	22,5	22,5	6	51	Théorie des nombres

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Théorie des extensions de corps (corps de rupture et de décomposition, éléments algébriques et transcendants), corps finis (ALGB). Algèbre linéaire, Géométrie euclidienne. Théorie des groupes.

Descriptif

Le programme commence par le théorème de réciprocité quadratique, qu'on pourra traiter en utilisant la théorie des extensions de corps vue en ALGB. On fera ensuite la théorie de Galois appuyée par un certain nombre d'exemples. Après un chapitre sur les réseaux euclidiens et la recherche de vecteurs courts avec le théorème de Hermite ou Minkowski, on abordera les anneaux d'entiers d'un corps de nombres avec leurs plongements réels et complexes, avec comme objectif la preuve du théorème des unités. On traitera en détail les exemples des extensions quadratiques.

I. Réciprocité quadratique

1. Symboles de Legendre et Jacobi
2. Preuve de la réciprocité

II. Théorie de Galois

1. (extension de rupture et de décomposition connues). Théorème de l'élément primitif
2. Théorème de correspondance
3. Résolubilité par radicaux
4. Exemples : corps finis, extensions quadratiques, extensions cyclotomiques, voire extensions de Kummer

III. Géométrie des nombres, réseaux

- (a) Caractérisation des réseaux comme sous-groupes discrets cocompacts
- (b) Covolumes, lien avec l'indice d'un sous-réseau
- (c) Théorèmes de Hermite et/ou Minkowski
- (d) Théorèmes des 2 et 4 carrés

IV. Entiers algébriques

- (a) Entiers algébriques, anneau des entiers d'un corps de nombres, c'est un \mathbb{Z} -module de type fini
- (b) Exemples : entiers de Gauss, d'Eisenstein, $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$, entiers quadratiques, leurs unités, caractère euclidien
- (c) Les anneaux d'entiers quadratiques
- (d) Plongements réels et complexes d'un corps de nombres, et conjugués de Galois
- (e) Les entiers comme un réseau

V. Trace, norme, théorème des unités

- (a) Trace et norme
- (b) Énoncé du théorème des unités, exemple des entiers quadratiques
- (c) Preuve du théorème des unités

En fonction du temps disponible, des compléments possibles, par exemple en TD, sont :

- Discriminant et application à la détermination algorithmique de O_K
- Factorisation des idéaux, groupe de classes
- Corps p -adiques.

Acquis d'apprentissage

Utilisation des extensions de corps pour résoudre des problèmes algébriques. Utiliser la géométrie du plongement euclidien de l'anneau des entiers, ainsi que les notions de trace et de norme pour en déduire des propriétés algébriques.

Compétences visées

Faire preuve de rigueur, être capable d'abstraction, savoir rédiger clairement, communiquer ses idées, avoir l'esprit d'initiative.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Analyse avancée – ANAV

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ANAV	5	22,5	22,5	4,5	49,5	Analyse avancée

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Analyse fonctionnelle. Calcul des distributions et transformation de Fourier. Connaissances en fonctions holomorphes.

Descriptif

L'UE vise à introduire et manipuler quelques outils élémentaires d'analyse et de résolution d'équations aux dérivées partielles.

- Espaces de Sobolev en dimension 1. Théorème de Lax-Milgram. Formulation variationnelle de problèmes aux limites.
- Utilisation de l'analyse de Fourier (séries et transformées) pour les opérateurs différentiels linéaires. Solution fondamentale d'opérateurs différentiels. Exemple des équations de Laplace, de la chaleur, de Schrödinger. Transformée de Fourier discrète.
- Analyse asymptotique (méthode de Laplace, phase stationnaire, ...)

Des Travaux Pratiques permettront de mettre en pratique certaines méthodes (transformée de Fourier discrète, approximation hilbertienne, ...)

Acquis d'apprentissage

Analyse et résolution d'équations aux dérivées partielles simples par des méthodes avancées. Analyse de Fourier. Analyse asymptotique.

Compétences visées

Savoir utiliser la théorie des distributions et les transformations intégrales afin d'analyser et résoudre des équations aux dérivées partielles usuelles.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Probabilités et martingales – PMA

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
PMA	5	22,5	22,5	4,5	49,5	Probabilités et martingales

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Programme de L3 en Probabilités, tel que celui de l'UE *Probabilités* de L3 Mathématiques fondamentales de l'UFR Mathématiques, en particulier :

- Notion de variables aléatoires, loi, espérance, variance et moments d'une variable aléatoire ; lois usuelles ;
- Indépendance de tribus, de variables aléatoires ;
- Fonctions caractéristiques ;
- Sommes de variables aléatoires ;
- Convergences probabilistes, liens entre ces convergences, lemmes de Borel-Cantelli ;
- Lois des grands nombres, théorème central limite.

Descriptif

L'UE vise à introduire la notion de martingales, leurs principales propriétés et les outils pour les analyser.

- Espérance conditionnelle, cas L^2 , probabilité conditionnelle ;
- Notions de martingales, filtration, temps d'arrêt ;
- Inégalités pour les martingales, limites de martingales ;
- Théorème d'arrêt et applications.

Acquis d'apprentissage

Identifier des martingales, savoir les analyser et les utiliser, notamment en déterminant leur comportement limite.

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie

- Bernard Bercu, Djalil Chafaï. *Modélisation stochastique et simulation*. Dunod Ed., 2007.
- Philippe Barbe, Michel Ledoux. *Probabilité*. EDP sciences, 2007.
- Michel Benaïm, Nicole El Karoui. *Promenade aléatoire*. Éditions de l'École Polytechnique, 2005.
- Willam Feller. *An introduction to probability theory and its applications*. Vol 1 and 2. Wiley series in Probability, 1966.
- Dominique Foata, Aimé Fuch. *Processus stochastiques*. Dunod, 2004.
- Jean Jacod, Philipp Protter. *L'essentiel en théorie des probabilités*. Vuibert, 2003.
- David Williams. *Probability with martingales*. Cambridge Mathematical Textbooks, 1991.



Équations aux dérivées partielles – EDP

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
EDP	5	22,5	22,5	4,5	49,5	Équations aux dérivées partielles

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Connaissances de L3 Mathématiques en calcul différentiel et en intégrale de Lebesgue.

Descriptif

L'UE vise à introduire et analyser les équations aux dérivées partielles linéaires usuelles. Les propriétés importantes de leurs solutions sont mises en évidence et des méthodes numériques d'approximation sont introduites.

- Introduction aux équations aux dérivées partielles et aux modèles fondamentaux.
- Éléments d'analyse vectorielle : mesure de surface, formule de Stokes et conséquences.
- Formes advection et conservative de l'équation de transport. Méthodes des caractéristiques. Solutions faibles.
- Équations elliptiques (linéaires) multidimensionnelles. Inégalité de Poincaré. Théorème de trace. Formulation variationnelle du problème de Dirichlet.

Des Travaux Pratiques permettront d'aborder la résolution numérique de problèmes par différences finies et éléments finis.

Acquis d'apprentissage

Connaissances sur les équations aux dérivées partielles multidimensionnelles de transport et elliptiques et sur leur approximation numérique.

Compétences visées

Savoir manipuler les outils d'analyse vectorielle en vue d'analyser les équations aux dérivées partielles multidimensionnelles. Savoir et comprendre la mise en place d'une formulation variationnelle pour un problème elliptique. L'UE est recommandée pour les étudiants qui souhaiteraient poursuivre en Master 2 avec une spécialisation en analyse, ou en vue de préparer le concours de l'agrégation externe de mathématiques avec l'option Calcul Scientifique.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Modèles aléatoires – MODAL

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MODAL	5	22,5	22,5	6	51	Modèles aléatoires

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Programme de L3 en Probabilités, tel que celui de l'UE *Probabilités* de L3 Mathématiques fondamentales de l'UFR Mathématiques, en particulier :

- Notion de variables aléatoires, loi, espérance, variance et moments d'une variable aléatoire ; lois usuelles ;
- Indépendance de tribus, de variables aléatoires ;
- Fonctions caractéristiques ;
- Sommes de variables aléatoires ;
- Convergences probabilistes, liens entre ces convergences, lemmes de Borel-Cantelli ;
- Lois des grands nombres, théorème central limite.

Descriptif

L'UE vise à étudier des modèles probabilistes et statistique classiques et à utiliser des résultats avancés de probabilités et de statistique. Le programme pourra contenir :

- Modèle linéaire gaussien
- Séries chronologiques, modèles autorégressifs
- Chaînes de Markov en temps continu
- Processus de Poisson
- Processus de naissance et de mort
- Files d'attente
- Processus de renouvellement.

Acquis d'apprentissage

Savoir utiliser les chaînes de Markov et les martingales pour modéliser des expériences et phénomènes aléatoires et en en déduire des résultats.

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie

- Bernard Bercu, Djalil Chafaï. *Modélisation stochastique et simulation*. Dunod Ed., 2007.
- Michel Benaïm, Nicole El Karoui. *Promenade aléatoire*. Éditions de l'École Polytechnique, 2005.
- Djalil Chafaï, Florent Malrieu. *Recueil de modèles aléatoires*. Springer, vol. 78.
- Jean-François Delmas, Benjamin Jourdain. *Modèles aléatoires : applications aux sciences de l'ingénieur et du vivant*. Springer, collection SMAI, 2006.
- Marie Cottrell, Valentine Genon-Catalot, Christian Duhamel, Thierry Meyre. *Exercices de probabilités*. Cassini, 1999.
- Didier Dacunha-Castelle, Marie Duflo. *Probabilités et statistiques*. Vol. 1 : À temps fixe et Vol. 2 : Problèmes à temps continu. Masson, 1993.
- Bernard Ycart. *Modèles et algorithmes markoviens*. Springer, collection SMAI, 2002.



Géométrie différentielle – GEDI

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
GEDI	5	22,5	22,5	0	45	Géométrie différentielle

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Licence 3 de Mathématiques, parcours orienté vers la recherche fondamentale, en particulier compétences en topologie et en calcul différentiel de plusieurs variables.

Descriptif

- Courbes paramétrées : abscisse curviligne, longueur d'arc, exemples
- Courbes planes : courbure, position par rapport à la tangente, points singuliers, exemples
- Courbes gauches : courbure, torsion, plan osculateur, exemples
- Surfaces de \mathbb{R}^3 : position par rapport au plan tangent, première et deuxième forme fondamentales, courbure de Gauss, courbure moyenne, exemples de surfaces classiques.
- Sous-variétés de \mathbb{R}^n , définitions équivalentes (graphe local, paramétrisation locale, équation locale). Espace tangent, gradient. Extrema liés, multiplicateurs de Lagrange.
- Rudiments sur les variétés abstraites : cartes, variétés quotients, exemples. Notion de forme différentielle, orientation des variétés, énoncé du théorème de Stokes, applications.
- Prolongements éventuels : géodésiques sur les surfaces de \mathbb{R}^3 , théorème de Gauss-Bonnet, géométrie hyperbolique dans le demi-plan de Poincaré.

Acquis d'apprentissage

Cf. Descriptif

Compétences visées

Cf. fiche RNPC

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Algèbre commutative et géométrie algébrique – ACGA

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
ACGA	5	22,5	22,5	6	51	Algèbre commutative et géométrie algébrique

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Descriptif

- Anneaux de polynômes, anneaux factoriels, anneaux locaux, anneaux noethériens, théorème des zéros de Hilbert ;
- Résultants, bases de Gröbner ;
- Ensembles algébriques affines, topologie de Zariski, ensembles algébriques irréductibles, composantes irréductibles ;
- Idéal de définition, anneau de coordonnées, fonctions et applications polynomiales, fonctions rationnelles ;
- Courbes planes généralisées, tangentes, multiplicité d'intersection, théorème de Bézout.

Acquis d'apprentissage

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Topologie algébrique – TOPA

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
TOPA	5	22,5	22,5	0	45	Topologie algébrique

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Licence 3 de Mathématiques, parcours orienté vers la recherche fondamentale, avec des compétences en topologie et en algèbre (en particulier en théorie des groupes).

Descriptif

- Rappel des éléments de la topologie générale : connexité, connexité par arcs, topologie quotient
- Homotopie et déformations : rétraction, équivalence par homotopie (absolu et relative à un sous-ensemble), exemples et contre-exemples
- Groupe fondamental : définitions, simple connexité, fonctorialité, le cercle, applications classiques (théorème d'Alembert, théorème de Brouwer)
- Théorème de Van Kampen : groupes libres, présentations, groupe fondamental d'un graphe, technique d'attacher une cellule (les CW complexes).
- Revêtements : définitions, actions de groupes, calcul du groupe fondamental des revêtements, revêtement universel et dualité.
- Homologie : algèbre homologique de base (complexes, suites exactes, lemme du serpent), homologie simplicielle et singulière, invariance par équivalence par homotopie.

Acquis d'apprentissage

Voir le descriptif

Compétences visées

Cf. fiche RNPC

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Histoire des Mathématiques – HISM

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
HISM	5	22,5	22,5	0	45	Histoire des Mathématiques

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Prérequis

Mathématiques de niveau L3 Mathématiques.

Descriptif

Introduction : l'histoire comme moyen de connaissance des mathématiques (et non l'inverse...).

I Les mathématiques grecques :

- Les éléments d'Euclide : axiomatique et théorie des proportions
- Archimède et la quadrature des figures curvilignes

II Les débuts de l'Algèbre et sa réception en Europe

- Al-Khwârizimî, Abû Kâmil, al-Khayyâm et Léonard de Pise
- Descartes, La Géométrie, 1637

III Euclide et Descartes relus par Hilbert : Les fondements de la géométrie, 1899.

Acquis d'apprentissage

- Savoir utiliser l'histoire des mathématiques pour "hacker" nos propres connaissances mathématiques.
- Enrichir et changer nos représentations de la géométrie, des nombres, de l'algèbre, des fondements des mathématiques et de leurs relations mutuelles en découvrant d'autres représentations de celles-ci développées au cours de l'histoire.

Compétences visées

Bibliographie



Projet de recherche – PROJ

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
PROJ	2	0	0	0	0	Projet de recherche

Équipe pédagogique

Enseignants-chercheurs et chercheurs de l'UFR Mathématiques et de l'IRMAR, ou éventuellement extérieurs.

Prérequis

Les notions concernées par le sujet du projet au programme du M1 Mathématiques fondamentales.

Descriptif

Le projet pourra prendre trois formes :

- un travail encadré de recherche (TER) : il s'agit d'un projet préparé en général en binôme sur un sujet issu d'un article ou d'une partie d'un livre dont le sujet prolonge un thème du programme du M1 Mathématiques fondamentales. La liste des sujets est proposée en début de deuxième semestre (S8).
- un stage de recherche d'une durée inférieure à 2 mois dans un laboratoire de recherche, en France ou à l'étranger, sous la direction d'un chercheur.
- pour les étudiants magistériens du M1 Mathématiques fondamentales : le groupe de lecture de deuxième année de magistère ; celui-ci est organisé à Ker Lann tout au long de l'année.

Le programme précis d'un projet est déterminé par l'encadrant.

Acquis d'apprentissage

Compétences visées

L'objectif du projet est d'avoir un premier contact avec la recherche en Mathématiques et de pouvoir communiquer à l'écrit (mémoire) et à l'oral (soutenance) sur ces mathématiques.

Organisation

Le projet est encadré par un enseignant-chercheur ou chercheur. Celui-ci a pour rôle de donner un sujet et une bibliographie à partir desquels le binôme doit travailler de façon autonome.

- Un TER se travaille, en binôme, et en autonomie, tout au long du deuxième semestre (S8). Le binôme peut rencontrer son encadrant une à deux fois pour discuter de son avancement et/ou de ses difficultés.
- Un stage se travaille tout au long du semestre ou à l'issue des enseignements selon accord avec l'encadrant.
- Le groupe de lecture du magistère a lieu tout au long de l'année à Ker Lann.

Modalités d'évaluation

À l'issue d'un TER ou stage, un étudiant ou binôme rédigera un mémoire écrit et fera une soutenance orale. Le mémoire et la soutenance peuvent être en français ou en anglais. L'évaluation prendra en compte le mémoire, la soutenance orale, ainsi que l'investissement dans le projet au cours du semestre.

Bibliographie

Des références bibliographiques sont fournies par l'encadrant en début de projet.



Langue – LANGUE

S8	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
LANGUE	3	0	30	0	30	Langue

Équipe pédagogique

Le service commun d'étude des langues vivantes et appliquées (Scelva).

Acquis d'apprentissage

- Stratégies pour la compréhension de l'écrit (lecture rapide, repérage des mots clés, des structures argumentatives et des formats de documents) et la compréhension de l'oral.
- Stratégies pour transmettre l'information efficacement à oral et à l'écrit (exprimer des points de vue, donner les avantages et désavantages de plusieurs options, défendre un point de vue, négocier un compromis, résoudre des problèmes).

Compétences visées

Organisation

Les étudiants peuvent choisir leur langue parmi les trois proposées au SCSELVA : anglais, allemand et espagnol.

Pour les étudiants magistériens du M1 Mathématiques fondamentales, la langue est obligatoirement l'anglais et les enseignements ont lieu sur le site de Ker Lann.

Les étudiants non-francophones ont la possibilité de choisir FLE (Français Langue Etrangère) au CIREFE (selon la disponibilité).

Les enseignements de Langue se déroulent de Septembre à Mars. Pour le parcours Cryptographie, l'UE compte au S7 pour le parcours Cryptographie et au S8 pour les parcours CSM et Mathématiques fondamentales.

Les U.E. de M2



Problèmes de synthèse – SYNT

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SYNT	9	18	24	0	42	Problèmes de synthèse

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du M2 mathématiques approfondissement disciplinaire

Prérequis

Mathématiques de licence.

Descriptif

L'objectif de cette UE est de préparer à la réalisation de problèmes écrits de synthèse de mathématiques.

Objectifs d'apprentissage

- Savoir mobiliser ses connaissances pour traiter une question générale de mathématiques.
- Savoir rédiger de manière soignée et argumentée les solutions de problèmes mathématiques.

Programme

Voici un aperçu des thématiques abordées :

- Fonctions d'une variable réelle. Suites et séries numériques, séries de fonctions, séries entières, séries de Fourier. Approximation des fonctions. Projection orthogonale ;
- Topologie de \mathbb{R}^n . Norme d'une application linéaire, Théorème des accroissements finis. Théorème du point fixe ;
- Intégrales, Intégrales impropres. Calcul différentiel. Extrema. Équations et systèmes différentiels ;
- Probabilités ;
- Espaces vectoriels et algèbre linéaire. Dimension, dualité. Matrices, systèmes linéaires, déterminants, polynômes de matrice et d'endomorphismes, réduction des endomorphismes ;
- Groupes. Arithmétique dans \mathbb{Z} et $K[X]$, PGCD, Bezout, nombres premiers ;
- Polynômes à une indéterminée.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu intégral.



Approfondissement 1 en Algèbre et Géométrie – AG1

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
AG1	5	0	15	0	15	Approfondissement 1 en Algèbre et Géométrie

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du M2 mathématiques approfondissement disciplinaire

Prérequis

Mathématiques de licence.

Descriptif

Cette UE vise à développer et approfondir les compétences des étudiants dans les domaines de l'algèbre et de la géométrie.

Objectifs d'apprentissage

- Maîtriser la restitution orale organisée et cohérente des connaissances étudiées ;
- S'approprier les outils pour un choix pertinent d'exemples et d'exercices illustrant les notions étudiées.

Programme

Voici un aperçu des thématiques abordées : arithmétique dans \mathbb{Z} , actions de groupe, espaces vectoriels, applications linéaires, matrices, déterminants, systèmes linéaires, réduction des endomorphismes, formes quadratiques, espaces euclidiens, isométries affines, coniques.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu intégral.



Approfondissement 1 en Analyse et Probabilités – AP

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
AP1	5	0	15	0	15	Approfondissement 1 en Analyse et Probabilités

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du M2 mathématiques approfondissement disciplinaire

Prérequis

Mathématiques de licence.

Descriptif

Cette UE vise à développer et approfondir les compétences des étudiants dans les domaines de l'analyse, des probabilités et de la statistique.

Objectifs d'apprentissage

- Maîtriser la restitution orale organisée et cohérente des connaissances étudiées ;
- S'approprier les outils pour un choix pertinent d'exemples et d'exercices illustrant les notions étudiées.

Programme

Voici un aperçu des thématiques abordées : suites réelles, équations non linéaires, interpolation polynomiale, intégration numérique, analyse numérique, intégrales à paramètres, systèmes différentiels, matrices stochastiques.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu intégral.



UFR mathématiques



TICE au S1 – TICE1

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
TICE1	3	0	0	9	9	TICE 1

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du M2 mathématiques approfondissement disciplinaire

Prérequis

Mathématiques de licence.

Descriptif

Cette UE développe certains aspects des TICE appliquées à l'enseignement des mathématiques, notamment à travers l'usage de logiciels de calcul formel.

Objectifs d'apprentissage

- Raffermer ses compétences dans le domaine des TICE appliquées à l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée ;
- Être capable de faire de l'autoformation à distance.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu intégral.



Langue – LANGUE

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
LANGUE	3	0	0	0	0	Langue

Équipe pédagogique

Le service commun d'étude des langues vivantes et appliquées (Scelva).

Descriptif

Les étudiants peuvent choisir leur langue parmi les trois proposées au SCSELVA : anglais, allemand et espagnol.

Objectifs d'apprentissage

- Stratégies pour la compréhension de l'écrit (lecture rapide, repérage des mots clés, des structures argumentatives et des formats de documents) et la compréhension de l'oral ;
- Stratégies pour transmettre l'information efficacement à oral et à l'écrit (exprimer des points de vue, donner les avantages et désavantages de plusieurs options, défendre un point de vue, négocier un compromis, résoudre des problèmes).

Modalités d'évaluation

Contrôle continu intégral.



Approfondissement 2 en Algèbre et Géométrie – AG2

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
AG2	6	0	45	0	45	Approfondissement 2 en Algèbre et Géométrie

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du M2 mathématiques approfondissement disciplinaire

Prérequis

Avoir suivi l'UE *Approfondissements 1 en algèbre et géométrie* du S9.

Descriptif

Cette UE, dans la continuité de l'UE *Approfondissements 1 en algèbre et géométrie* du S9, vise à développer et approfondir les compétences des étudiants dans les domaines de l'algèbre et de la géométrie.

Objectifs d'apprentissage

- Maîtriser la restitution orale organisée et cohérente des connaissances étudiées ;
- S'approprier les outils pour un choix pertinent d'exemples et d'exercices illustrant les notions étudiées.

Programme

Voici un aperçu des thématiques abordées : arithmétique dans \mathbb{Z} , actions de groupe, espaces vectoriels, applications linéaires, matrices, déterminants, systèmes linéaires, réduction des endomorphismes, formes quadratiques, espaces euclidiens, isométries affines, coniques.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu intégral.



Approfondissement 2 en Analyse et Probabilités – AP2

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
AP2	6	0	45	0	45	Approfondissement 2 en Analyse et Probabilités

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du M2 mathématiques approfondissement disciplinaire

Prérequis

Avoir suivi l'UE *Approfondissements 1 en analyse et probabilités* du S9.

Descriptif

Cette UE, dans la continuité de l'UE *Approfondissements 1 en analyse et probabilités* du S9, vise à développer et approfondir les compétences des étudiants dans les domaines de l'analyse, des probabilités et de la statistique.

Objectifs d'apprentissage

- Maîtriser la restitution orale organisée et cohérente des connaissances étudiées ;
- S'approprier les outils pour un choix pertinent d'exemples et d'exercices illustrant les notions étudiées.

Programme

Voici un aperçu des thématiques abordées : suites réelles, équations non linéaires, interpolation polynomiale, intégration numérique, analyse numérique, intégrales à paramètres, systèmes différentiels, matrices stochastiques.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu intégral.



Histoire des Mathématiques – HISM

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
HIST	5	12	0	0	12	Histoire des Mathématiques

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du M2 mathématiques approfondissement disciplinaire

Prérequis

Niveau en mathématiques attendu d'un professeur de mathématiques dans le secondaire.

Descriptif

Analyses approfondies d'encarts historiques extraits de manuels et compléments historiques.

Objectifs d'apprentissage

- Rigueur permettant à l'enseignant d'accompagner avec confiance ses élèves dans leurs travaux impliquant des références à l'histoire des mathématiques et lui donnant la possibilité d'acquérir par lui-même tout au long de sa carrière les connaissances historiques utiles à ses enseignements ;
- Éléments méthodologiques permettant un usage mieux informé des encarts historiques proposés dans les manuels.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu intégral.



UFR mathématiques



Stage – STAGE

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
STAGE	15	0	0	0	0	Stage

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du M2 mathématiques approfondissement disciplinaire

Descriptif

Il s'agit d'un stage de huit semaines sur un sujet lié à l'enseignement des mathématiques et qui donne lieu à la rédaction d'un mémoire et d'une soutenance.



TICE au S2 – TICE2

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
TICE2	3					TICE 2

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du M2 mathématiques approfondissement disciplinaire

Prérequis

Avoir suivi l'UE *TICE et exercices à distance 1* du S9.

Descriptif

Dans la continuité de l'UE *TICE et exercices à distance 1* du S9, on poursuit le développement de certains aspects des TICE appliquées à l'enseignement des mathématiques, notamment à travers l'usage de logiciels de calcul formel.

Objectifs d'apprentissage

- Développer ses compétences dans le domaine des TICE appliquées à l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée ;
- Être capable de faire de l'autoformation à distance.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu intégral.



Algèbre et Géométrie à l'écrit – AG

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
AG	9	44	40	0	84	Algèbre et Géométrie à l'écrit

Équipe pédagogique

Enseignant de l'UFR de Mathématiques.

Prérequis

Le programme de Master 1 de Mathématiques fondamentales, incluant notamment toute l'algèbre linéaire (et multilinéaire) de Licence, l'algèbre de base (groupes, anneaux, corps, polynômes, fractions rationnelles), la géométrie des groupes (vocabulaire des actions de groupes, groupes linéaires classiques), la théorie des nombres, et éventuellement des rudiments d'algèbre commutative.

Programme de l'UE

Le programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques.

Compléments de cours

Les compléments de cours sont destinés à compléter et renforcer les connaissances des étudiants sur certains points du programme de l'Agrégation. Ils abordent tout ou partie des thèmes suivants (liste non limitative) :

Niveau de difficulté 1 :

- anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, théorème chinois, automorphismes, indicatrice d'Euler, inversibles
- théorie élémentaire des corps finis
- théorème fondamental des fonctions symétriques
- irréductibilité des polynômes cyclotomiques sur \mathbb{Q}
- groupes diédraux ; produit semi-direct
- groupes d'ordre inférieur à 8
- théorèmes de Sylow
- décomposition de Jordan-Chevalley
- générateurs de $SL(E)$ et simplicité de $PSL(E)$
- générateurs et simplicité de A_5 et A_n
- exponentielle de matrices ; surjectivité de $\exp : M_n(\mathbb{C}) \rightarrow GL_n(\mathbb{C})$
- réduction des endomorphismes orthogonaux et unitaires
- réduction des endomorphismes symétriques et hermitiens
- algorithme de Gram-Schmidt et décomposition QR (orthogonale \times triangulaire)
- algorithme de Gauss et loi d'inertie de Sylvester
- isométries du cube ; isométries du tétraèdre.

Niveau de difficulté 2 :

- groupes d'ordre inférieur à 12
- sous-groupes finis de $SO_3(\mathbb{R})$
- générateurs de $O(E)$, $SO(E)$ et simplicité de $PSO(E)$
- endomorphismes cycliques et réduction de Frobenius
- endomorphismes semi-simples
- réduction des endomorphismes normaux
- décomposition polaire des matrices
- classification des coniques euclidiennes affines
- quaternions, et $SO_4(\mathbb{R})$.

Travaux dirigés

Les travaux dirigés ont le même but de renforcement disciplinaire que les séances de compléments de cours. Les thèmes qui y seront abordés sont les mêmes que ci-dessus. Parmi diverses sources possibles, les exercices peuvent être choisis parmi les développements classiques des leçons d'oral du concours de l'Agrégation, ainsi que parmi les sujets d'Annales d'écrit du concours.

Acquis d'apprentissage

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Analyse et Probabilités à l'écrit – AP

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
AP	9	52	40	0	92	Analyse et Probabilités à l'écrit

Équipe pédagogique

Enseignant de l'UFR de Mathématiques.

Prérequis

Le programme de Master 1 de Mathématiques fondamentales, incluant notamment toute l'analyse de Licence (fonctions de variable réelle, suites et séries), l'intégration, les fonctions holomorphes, l'analyse hilbertienne, l'analyse fonctionnelle, l'étude élémentaire des équations différentielles, la transformation de Fourier, les probabilités de Licence, les chaînes de Markov, des bases d'analyse numérique, et éventuellement des rudiments sur les distributions.

Programme de l'UE

Le programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques.

Compléments de cours

Les compléments de cours sont destinés à compléter et renforcer les connaissances des étudiants sur certains points du programme de l'Agrégation. Ils abordent tout ou partie des thèmes suivants (liste non limitative).

Niveau de difficulté 1 :

- méthode de Newton ; cas des polynômes
- séries entières, fonctions analytiques, exponentielle complexe
- formule de Cauchy pour les fonctions holomorphes
- séries de Fourier
- théorème de Cauchy–Lipschitz
- théorème des extrema liés
- formule d'inversion de Fourier
- théorème d'inversion locale ; théorème des fonctions implicites
- théorème de Hahn-Banach
- inégalités de Hölder, Jensen, Minkowski
- projection sur un convexe fermé dans un Hilbert
- théorème du point fixe de Banach
- théorème d'Ascoli-Arzelà
- théorème de Borel-Cantelli
- théorème de Weierstrass, densité des polynômes orthogonaux (polynômes de Bernstein)
- prolongement de régularité sous l'intégrale.

Niveau de difficulté 2 :

- fonctions plateau et théorème de Borel
- prolongement méromorphe de la fonction Γ
- approximation de l'identité, convolution, régularisation
- sous-variétés
- développement asymptotique d'une intégrale, phase stationnaire et méthode de Laplace
- théorème limite central
- transformée de Fourier et convergence de mesures (théorème de Paul Lévy)
- distributions, espace de Schwartz
- théorème de Paley-Wiener
- théorème de Hadamard-Lévy.

Travaux dirigés

Les travaux dirigés ont le même but de renforcement disciplinaire que les séances de compléments de cours. Les thèmes qui y seront abordés sont les mêmes que ci-dessus. Parmi diverses sources possibles, les exercices peuvent être choisis parmi les développements classiques des leçons d'oral du concours de l'Agrégation, ainsi que parmi les sujets d'Annales d'écrit du concours.

Acquis d'apprentissage

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Algèbre et Analyse à l'oral 1 – AA1

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
AA1	9	70	0	0	70	Algèbre et Analyse à l'oral 1

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR de Mathématiques

Prérequis

Le programme de Master 1 de Mathématiques fondamentales, incluant les prérequis des modules Algèbre à l'écrit et Analyse à l'écrit.

Programme de l'UE

Le contenu disciplinaire à proprement parler est le programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques. Les connaissances concrètes apportées dans ce module sont la maîtrise et la présentation réfléchie et organisée des connaissances mathématiques liées au thème d'une leçon du concours, suivant une forme et un chronométrage contraints. On insiste sur l'aspect central de la leçon qui est son caractère oral, et notamment sur la clarté de l'exposition et la capacité à dialoguer avec un auditeur (faisant figure de jury).

Leçons d'oral de type concours

Cet enseignement consiste en la présentation de leçons de l'oral du concours d'Agrégation, par les étudiants de la préparation, encadrées par un enseignant. Les séances durent 1h30. Les leçons sont choisies dans la liste de leçons du concours. Les étudiants préparent et présentent ces leçons par binôme (sauf si un effectif étudiant suffisamment réduit permet de faire passer les étudiants seuls). Ils rencontrent l'enseignant référent pour discuter du plan de leçon qu'ils prévoient de présenter. La rencontre doit avoir lieu deux à trois semaines avant le passage en classe, pour pouvoir prendre en compte les remarques issues de la discussion avec l'enseignant. Ce module a lieu au premier semestre de l'année ; il contient des leçons d'algèbre et d'analyse-probabilités.

Oral blanc

Un oral blanc de 1 heure est organisé pour chaque étudiant en fin de semestre. Il consiste en la préparation et la présentation d'une leçon dans les conditions du concours. L'étudiant passe devant un jury composé d'au moins deux enseignants.

Acquis d'apprentissage

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Algèbre et Analyse à l'oral 2 – AA2

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
AA2	10	0	70	0	70	Algèbre et Analyse à l'oral 2

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR de Mathématiques

Prérequis

Le programme de Master 1 de Mathématiques Fondamentales, incluant les prérequis des modules Algèbre à l'écrit et Analyse à l'écrit.

Programme de l'UE

Le contenu disciplinaire à proprement parler est le programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques. Les connaissances concrètes apportées dans ce module sont la maîtrise et la présentation réfléchie et organisée des connaissances mathématiques liées au thème d'une leçon du concours, suivant une forme et un chronométrage contraints. On insiste sur l'aspect central de la leçon qui est son caractère oral, et notamment sur la clarté de l'exposition et la capacité à dialoguer avec un auditeur (faisant figure de jury).

Leçons d'oral de type concours

Cet enseignement consiste en la présentation de leçons de l'oral du concours d'Agrégation, par les étudiants de la préparation, encadrées par un enseignant. Les séances durent 1h30. Les leçons sont choisies dans la liste de leçons du concours. Les étudiants préparent et présentent ces leçons par binôme (sauf si un effectif étudiant suffisamment réduit permet de faire passer les étudiants seuls). Ils rencontrent l'enseignant référent pour discuter du plan de leçon qu'ils prévoient de présenter. La rencontre doit avoir lieu deux à trois semaines avant le passage en classe, pour pouvoir prendre en compte les remarques issues de la discussion avec l'enseignant. Ce module a lieu au deuxième semestre de l'année ; il contient des leçons d'algèbre et d'analyse-probabilités.

Oral blanc

Un oral blanc de 1 heure est organisé pour chaque étudiant en fin de semestre. Il consiste en la préparation et la présentation d'une leçon dans les conditions du concours. L'étudiant passe devant un jury composé d'au moins deux enseignants.

Acquis d'apprentissage

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Probabilités et statistiques à l'oral – MOPS

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MOPS	15	80	0	20	100	Probabilités et statistiques à l'oral

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR de Mathématiques

Prérequis

Les programmes de Probabilités en Licence 3 de Mathématiques, de Probabilités et en Master 1 de Mathématiques fondamentales. Le programme de L3 comprend les fondements des probabilités et le programme de M1 concerne les Chaînes de Markov, les Martingales et la Statistique mathématique.

Programme de l'UE

Le programme de l'UE correspond au programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques pour le tronc commun et pour l'option Probabilités et Statistiques. Des compléments de cours visent à renforcer les connaissances acquises en L3 et M1 en mettant l'accent sur leurs utilisations pratiques. Des études de texte de modélisation confrontent les étudiants à une situation à modéliser et à analyser avec les outils probabilistes et statistiques du programme. L'UE comprend l'étude d'un logiciel de calcul en probabilités et statistiques pour illustrer les études de texte.

Compléments de cours

Les compléments de cours sont destinés à compléter et renforcer les connaissances des étudiants sur certains points du programme de l'Agrégation. Une liste non limitative de thèmes abordés est :

- Simulation de variables aléatoires
- Transformées exponentielles de loi
- Théorèmes limite en probabilités
- Vecteurs gaussiens
- Modèle linéaire gaussien
- Méthodes de Monte-Carlo
- Estimation statistique
- Tests statistiques
- Chaînes de Markov
- Espérance conditionnelle
- Martingales
- Processus de Poisson
- Files d'attente.

Études de texte

L'UE comprend l'étude de textes de modélisation analogues à ceux de l'épreuve de modélisation de l'Agrégation (option probabilités et statistiques). Les étudiants préparent par roulement des exposés fondés sur ces textes dont les attentes sont identiques à l'épreuve du concours. En temps limité (35 minutes), un exposé doit modéliser une situation, l'analyser avec des outils de probabilités et statistiques et proposer une discussion critiques sur les résultats obtenus. Les phénomènes mis en évidence seront illustrés informatiquement. Chaque exposé est complété d'une séance de questions et d'échanges avec le public tenant lieu de jury.

Travaux pratiques

Les séances de travaux pratiques ont but pour la maîtrise d'un logiciel de calcul probabiliste et statistique (type Python ou Scilab). L'objectif est de pouvoir illustrer informatiquement des phénomènes probabilistes et statistiques et comprendre la simulation de lois usuelles, l'estimation de paramètres inconnus, l'illustration de convergences probabilistes, la mise en œuvre de tests statistiques.

Oraux blancs

Il s'agit d'une présentation d'un texte en conditions réelles. La durée limitée de préparation a pour objectif d'amener l'étudiant à gérer son temps de manière optimale le jour de l'oral.

Acquis d'apprentissage

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Calcul scientifique à l'oral – MOCS

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MOCS	15	80	0	20	100	Calcul scientifique à l'oral

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR de Mathématiques

Prérequis

Les programmes d'algèbre linéaire et bilinéaire, d'analyse des équations différentielles, d'analyse numérique et de calcul différentiel en Licence 3 de Mathématiques, d'équations aux dérivées partielles en Master 1 de Mathématiques fondamentales.

Programme de l'UE

Le programme de l'UE correspond au programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques pour le tronc commun et pour l'option Calcul Scientifique. Des compléments de cours visent à renforcer les connaissances acquises en L3 et M1 en mettant l'accent sur leurs utilisations pratiques. Des études de texte de modélisation confrontent les étudiants à une situation réelle à modéliser et à analyser sur la base des connaissances du programme. L'UE comprend l'utilisation d'un logiciel de calcul scientifique pour illustrer ces études de texte.

Compléments de cours

Les compléments de cours sont destinés à compléter et renforcer les connaissances des étudiants sur certains points du programme de l'Agrégation. Une liste non limitative de thèmes abordés est :

- Interpolation polynomiale
- Intégration numérique
- Algèbre linéaire numérique
- Approximation de valeurs propres
- Résolution d'équations non-linéaires
- Optimisation
- Analyse qualitative des EDO
- Approximation numérique des EDO
- EDP linéaires en dimension 1 (équations de transport, de Laplace, de la chaleur, et des ondes)
- Méthode des différences finies en dimension 1.

Études de texte

L'UE comprend l'étude de textes de modélisation analogues à ceux de l'épreuve de modélisation de l'Agrégation (option calcul scientifique). Les étudiants associés en binôme préparent par roulement des exposés fondés sur ces textes dont les attentes sont identiques à l'épreuve du concours. En temps limité (35 minutes), un exposé doit modéliser une situation, l'analyser avec des outils de calcul scientifique et proposer une discussion critique sur les résultats obtenus. Les phénomènes mis en évidence seront illustrés informatiquement. Chaque exposé est complété d'une séance de questions et d'échanges avec le public tenant lieu de jury.

Travaux pratiques

Les séances de travaux pratiques ont pour but la maîtrise d'un logiciel de calcul scientifique (type Python ou Scilab). L'objectif est de pouvoir illustrer informatiquement un phénomène à travers la résolution d'un modèle mathématique par une ou plusieurs méthodes numériques. Les propriétés qualitatives et quantitatives de ces méthodes font généralement l'objet d'une étude illustrée.

Oraux blancs

Il s'agit d'une présentation d'un texte en conditions réelles. La durée limitée de préparation a pour objectif d'amener l'étudiant à gérer son temps de manière optimale le jour de l'oral.

Acquis d'apprentissage

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Calcul formel à l'oral – MOCF

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MOCF	15	80	0	20	100	Calcul formel à l'oral

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR de Mathématiques

Prérequis

Le programme de l'option C (calcul formel) considère les opérations de l'algèbre et de l'arithmétique (sur les entiers, polynômes, corps finis, matrices) en se focalisant sur les aspects effectifs et les questions de complexité des algorithmes sous-jacents. Il n'y a donc pas de prérequis particuliers au niveau des connaissances théoriques mais une pratique de la programmation élémentaire (conditions, boucles, ...) est bienvenue sans être essentielle.

Programme de l'UE

Le programme de l'UE est le programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques.

Cours

Les cours reprendront principalement certains aspects du programme d'algèbre (interpolation, algorithme d'Euclide, corps finis) en développant les aspects effectifs. Des cours plus spécifiques sur le résultant, les codes correcteurs et la cryptographie le compléteront.

Études de texte

Par binômes, les étudiants prépareront à la maison et présenteront un texte de l'épreuve. Cela leur permettra de se familiariser avec l'épreuve sans souci de temps. On leur demandera aussi d'exposer une des notions théoriques abordées dans le texte afin de renforcer la compréhension de ces dernières.

Travaux pratiques

Les séances de travaux pratiques ont pour but de familiariser les étudiants avec la partie « illustration informatique » de l'oral. Ils se dérouleront avec le logiciel de calcul formel Sage et serviront également à revoir les notions vues en cours sous un angle différent.

Oraux blancs

Il s'agit d'une présentation d'un texte en conditions réelles. La durée limitée de préparation a pour objectif d'amener l'étudiant à gérer son temps de manière optimale le jour de l'oral.

Acquis d'apprentissage

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Mémoire – MÉM

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MÉM	5	0	0	0	0	Mémoire

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR de Mathématiques

Prérequis

Le programme de Master 1 de Mathématiques fondamentales, incluant les prérequis des modules Algèbre à l'écrit et Analyse à l'écrit.

Rédaction d'un mémoire sur une leçon d'oral de type concours

Dans cette UE, il est demandé aux étudiants de rédiger un mémoire sur une leçon d'oral qu'ils auront préparée et présentée auparavant dans le cadre de l'une des UE Algèbre et Analyse à l'oral 1 ou Algèbre et Analyse à l'oral 2. Les leçons étant présentées en binômes, deux étudiants d'un même binôme doivent choisir deux leçons différentes pour le mémoire.

Le mémoire est un texte cohérent, avec de vraies phrases, une structure et des articulations, il inclura en particulier :

- le plan de la leçon,
- la bibliographie utilisée,
- les démonstrations des développements proposés,
- les questions posées par l'enseignant encadrant (faisant office de jury) et leurs réponses.

Dans ce mémoire, on ne démontre pas tous les résultats énoncés dans le plan, mais il est bienvenu d'inclure les démonstrations qui semblent les plus éclairantes. Il y a donc des choix à faire et ceux-ci relèvent du regard particulier que porte l'étudiant sur la leçon ; ils lui donnent du relief et seront appréciés par l'évaluateur. La soumission d'une version préliminaire est encouragée pour pouvoir produire une version finale satisfaisante. La longueur attendue pour le mémoire est de 15 à 20 pages. Le mémoire est rédigé avec le logiciel latex. Les règles en vigueur pour la rédaction des mathématiques, tant du point de vue grammatical, orthographique que typographique, doivent être respectées scrupuleusement.

Acquis d'apprentissage

Compétences visées

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Estimation de paramètres et optimisation – EPO

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
EPO	3	9	9	6	24	Estimation de paramètres et optimisation

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du parcours Calcul Scientifique et Modélisation de l'UFR Mathématiques et de la spécialité Mathématiques appliquées de l'INSA de Rennes

Pré-requis

Connaissance de l'analyse des équations différentielles. Bases en analyse convexe.

Descriptif

L'objectif de ce cours est de présenter les estimations de paramètres et l'optimisation de systèmes dynamiques.

- Tout d'abord, on introduit des outils de base et des méthodes d'optimisation convexe permettant d'aborder les problèmes de contrôle et d'identification.
- Dans une seconde partie, on aborde la théorie du contrôle optimal et d'identification des systèmes dynamiques linéaires et non linéaires, avec notamment le principe du maximum de Pontryagin et la théorie d'Hamilton-Jacobi.
- On présente aussi différentes méthodes numériques pour la résolution de problèmes de contrôle, et leur mise en œuvre est développée sur des problèmes provenant de la physique, de la chimie et de la biologie.

Acquis d'apprentissage

- Utilisation de méthodes numériques d'optimisation, d'estimation de paramètres et de contrôle.
- Mise en pratique sur des problèmes classiques proches des applications.

Compétence visées

- Connaître les différents types de méthodes d'optimisation et savoir sélectionner puis utiliser celles adaptées pour un problème donné.
- Savoir sélectionner, mettre en œuvre et valider une méthode adaptée pour estimer les paramètres d'un modèle mathématiques ou résoudre un problème de contrôle.

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Insertion professionnelle – INSER

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
INSER	3	16,5	9	0,5	26	Insertion professionnelle

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques et professionnels des ressources humaines.

Pré-requis

Pas de prérequis

Descriptif

Cet enseignement se déroule en deux temps. La première partie se déroule avec une professionnelle du recrutement et est dédiée aux différentes étapes du recrutement : lecture d'une offre d'emploi, rédaction du CV et de la lettre de motivation, entretien d'embauche. Dans un deuxième temps, une simulation d'entretien d'embauche individuel en conditions réelles est effectuée avec une responsable de ressources humaines et le responsable de la formation.

Acquis d'apprentissage

- Réalisation d'un portefeuille de compétences et exploration de ses valeurs, construction d'un projet professionnel.
- Élaboration d'outils de candidature (CV, lettres de candidature, dossier personnel).
- Construction de son réseau et accompagnement aux différents modes de communication.

Compétence visées

- Valoriser ses connaissances et compétences dans le cadre d'une candidature
- Réaliser un dossier de candidature solide et convaincant
- Se former à l'entretien d'embauche

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Langue – LANGUE

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
LANGUE	3	0	30	0	30	Langue

Équipe pédagogique

Service commun d'étude des langues vivantes appliquées (SCELVA).

Pré-requis

Pratique de l'Anglais du M1.

Descriptif

Progresser dans la pratique de l'anglais dans un contexte scientifique

Acquis d'apprentissage

Compétence visées

- Être apte à participer à un échange scientifique en anglais (conférence, collaboration avec un organisme étranger, emploi dans une entreprise étrangère).
- Être assez à l'aise en anglais pour lire de la documentation et des articles en anglais, pour voyager dans un pays étranger.

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Machine learning for Biology – MLB

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MLB	3	18	6	0	24	Machine learning for Biology

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du parcours CSM de l'UFR Mathématiques.

Pré-requis

Bases de mathématiques et de programmation en python ou R.

Descriptif

Le cours est une introduction au Machine Learning. Il se compose de plusieurs parties couvrant le programme ci-dessous.

- Visualisation de données en grande dimension,
- Apprentissage non supervisé : clustering
- Méthodes linéaires pour la régression et la classification
- Sélection de variables et validation de modèle
- Modèles « data driven »
- Agrégation de modèles, forêt aléatoire, boosting, ...
- Réseaux de neurones, deep learning
- Méthodes à noyau, SVM, ...

Dans chaque partie, les principes généraux des algorithmes sont étudiés ainsi que les outils d'estimation.

Acquis d'apprentissage

Mise en œuvre des outils de Machine Learning, avec validation et comparaison. Utilisation des modules Big Data des logiciels R et/ou Python.

Compétence visées

- Proposer une méthodologie pertinente pour un problème donné.
- Argumenter les choix et mettre en œuvre la méthodologie en utilisant des modules de R et/ou Python.
- Valider une démarche et comparer des algorithmes entre eux.

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Modélisation en science de la terre – MOST

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MOST	3	12	0	12	24	Modélisation en science de la Terre

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du master sciences de la terre, des planètes et de l'environnement de l'OSUR.

Pré-requis

Base de programmation scientifique.

Aucune connaissance préalable de géophysique n'est requise.

Descriptif

- Pourquoi modéliser en géologie ?
- La tectonique des plaques.
- Equations fondamentales (thermique, Stokes).
- Etude de quelques cas simples et de leurs solutions analytiques.
- Utilisation des méthodes numériques sur des cas plus complexes.
- Projet : résolution d'un problème géologique grâce à un code de modélisation numérique 2D. Par exemple : Évolution d'une plaque en subduction dans le manteau terrestre.

Ce cours est mutualisé avec le master sciences de la terre, des planètes et de l'environnement.

Acquis d'apprentissage

- Utilisation de méthodes numériques pour simuler un phénomène géologique.

Compétence visées

- Comprendre les modèles utilisés en géophysique.
- Savoir utiliser une méthode numérique pour simuler un phénomène géologique.

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Modélisation et simulation en entreprise/conférences

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MSCE	0	0	0	0	0	Modélisation et simulation en entreprise et conférence sur les métiers

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques (parcours CSM).

Pré-requis

Pas de prérequis

Descriptif

Ce module regroupe plusieurs types d'interventions :

- Présentation par des anciens étudiants de leur parcours et de leur métier d'ingénieur dans une entreprise ou un organisme de recherche.
- Participation à des salons sur les métiers tels que le Forum du Grand Ouest.
- Des conférences thématiques sur un domaine d'application particulier comme les énergies renouvelables.

Le but est de permettre aux étudiants de se familiariser avec les acteurs du monde de l'entreprise, de prendre des contacts pour un stage ou un emploi, de construire un réseau, d'adapter leur projet professionnel à la réalité des offres d'emploi, d'obtenir des informations sur les domaines qui les intéressent.

Acquis d'apprentissage

- Connaissance du monde de l'entreprise et des domaines liés à la formation
- Mise en relation des acquis scientifiques avec le monde professionnel

Compétence visées

- Valoriser ses connaissances et compétences dans un contexte professionnel
- Choisir des offres d'emploi ou de stage en adéquation avec sa formation
- Développer son réseau professionnel

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Phénomènes de propagation – PHPR

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
PHPR	4	19,5	19,5	0	39	Phénomènes de propagation

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du parcours CSM de l'UFR Mathématiques.

Pré-requis

Bases mathématiques en systèmes dynamiques et en EDP.

Descriptif

Ce cours aborde différents exemples de phénomènes de propagation. Des exemples linéaires et non linéaires sont analysés mathématiquement dans des situations physiques variées, par exemple : électromagnétisme, acoustique, élastodynamique, ondes de surface, ondes de choc, ondes guidées et diffraction. Les modèles pourront aller de systèmes d'équations différentielles à des équations aux dérivées partielles couplées, avec des ondes solitaires ou des solutions périodiques. Les questions de stabilité de ces profils pourront être abordées.

Les applications traitées pourront varier suivant les intervenant-es.

Acquis d'apprentissage

- Résolution mathématique de problèmes de propagation d'ondes.
- Caractérisation de la notion de propagation dans différents contextes physiques.

Compétence visées

- Identifier et modéliser la notion de propagation suivant le contexte physique.
- Analyser qualitativement et quantitativement les solutions en fonction des données.

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Problèmes inverses – PINV

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
PINV	3	16	0	8	24	Problèmes inverses

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du master sciences de la terre, des planètes et de l'environnement de l'OSUR.

Pré-requis

Base de probabilités.

Descriptif

- Optimisation et inversion,
- Compréhension et méthodes de résolution de problèmes linéaire, quasi-linéaires et non-linéaires,
- Mesures d'ajustement de données et probabilité (théorème de Bayes),
- Dimensionnalité d'un problème,
- Incertitude,
- Choix d'un modèle,
- Inversion avec Least Squares (Matrices) et Markov chain Monte Carlo.

Ce cours est mutualisé avec le master sciences de la terre, des planètes et de l'environnement.

Acquis d'apprentissage

- Expérience d'application à des cas réels de notions et méthodes probabilistes en problèmes inverses.

Compétence visées

- Savoir appréhender un problème inverse en géophysique.
- Savoir utiliser une méthode probabiliste de résolution de problème inverse en géophysique.

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Pratique de logiciels d'éléments finis – PLEF

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
PLEF	5	18	0	27	45	Pratique de logiciels d'éléments finis

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du parcours CSM de l'UFR Mathématiques.

Pré-requis

Bases mathématiques en EDP et sur les éléments finis.

Descriptif

Ce cours aborde différentes notions autour de l'application de la méthode des éléments finis. Celle-ci est largement illustrée en travaux pratiques où des logiciels éléments finis open-source (Freefem++ ou XLife++) et commerciaux (Ansys ou Comsol) sont utilisés afin de résoudre de nombreux problèmes, correspondant à des applications variées, par la méthode des éléments finis.

- Résolution d'un problème modèle 2D pour le Laplacien en domaine borné : calculs élémentaires, assemblage et résolution du système linéaire. Notion d'élément fini : interpolation et choix des éléments.
- Résolution de problèmes en élasticité linéaire.
- Résolution de problèmes en thermique : équation de la chaleur dynamique et non linéaire en dimension 2 et 3
- Résolution de problèmes en électromagnétisme : équations de Maxwell. Notions sur les éléments finis d'arête.
- Résolution de problèmes en mécanique des fluides : équations de Navier-Stokes. Notion de formulation mixte.

Acquis d'apprentissage

- Utilisation de logiciels open-source et commerciaux pour la résolution d'EDP par la méthode des éléments finis.
- Mise en pratique sur des problèmes classiques proches des applications.

Compétence visées

- Utiliser des logiciels pour la résolution de problèmes physiques variés.
- Analyser des résultats numériques dans différents contextes d'application.

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Programmation objet et C++ - base – POCB

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
POCB	3	12	0	12	24	Programmation objet et C++ – base

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du parcours CSM de l'UFR Mathématiques.

Pré-requis

Connaissance d'un langage de programmation tel que le Fortran ou le langage C.

Descriptif

Ce cours est une introduction aux concepts essentiels de la programmation objet. Le langage C++ est utilisé comme support pour décrire leur mise en œuvre, ainsi que pour la réalisation de travaux pratiques élémentaires.

- Principes de la programmation objet.
- Présentation du langage C++ :
 - historique, normalisations,
 - classes et objets, encapsulation,
 - surcharge, généricité, polymorphisme,
 - héritage, entrées-sorties,
 - structuration de la programmation.

Acquis d'apprentissage

Création de programmes impliquant la manipulation d'objets et des notions associées, et leur réalisation dans le cadre de problèmes concrets.

Compétence visées

- Savoir écrire des programmes impliquant la manipulation d'objets et des notions associées.
- Analyser, modifier et valider des codes utilisant la programmation orientée objet.

Organisation

Évaluation en contrôle continu.

Commentaire

Bibliographie

- J. Charbonnel, *Langage C++ : la proposition de standard ANSI/ISO expliquée.*
- G. Hansel, *Passeport pour C++.*
- B. Stoustrup, *The C++ Programming Language.*



Programmation objet et C++ - compléments – POCC

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
POCC	3	12	0	12	24	Programmation objet et C++ – Compléments

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du parcours CSM de l'UFR Mathématiques.

Pré-requis

Avoir suivi le module POCCB ou avoir les connaissances de base équivalentes en C++.

Descriptif

Ce cours est un approfondissement des concepts de la programmation objet axé sur la présentation et l'utilisation de la bibliothèque standard du langage C++ (STL).

- Présentation de la STL (généricité, conteneur, itérateur, algorithmes).
- Accent mis sur la généricité, la gestion de la mémoire et le calcul scientifique (fonctionnalités du langage et classes liées à ce sujet).

Acquis d'apprentissage

- Pratique de la STL (généricité, conteneur, itérateur, algorithmes);
- Connaissances accentuées sur la généricité, la gestion de la mémoire et le calcul scientifique.

Compétence visées

- Être capable de s'intégrer dans le cadre d'un projet existant, comme cela se présente généralement en entreprise, et d'y apporter une contribution.
- Développer dans un environnement complexe de programmation.

Organisation

Évaluation en contrôle continu.

Commentaire

Bibliographie

- J. Charbonnel, *Langage C++ : la proposition de standard ANSI/ISO expliquée*.
- G. Hansel, *Passeport pour C++*.
- B. Stroustrup, *The C++ Programming Language*.



Programmation parallèle et sur GPU – PROGP

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
PROGP	3	8	0	16	24	Programmation parallèle et sur GPU

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du parcours Calcul Scientifique et Modélisation.

Pré-requis

Bases de programmation dans un langage comme C, C++, Fortran.

Descriptif

Initiation à la programmation pour le calcul scientifique sur machines parallèles et sur processeurs graphiques.

- Principes de base,
- MPI, Open-MP en C, C++ ou Fortran 90,
- Open CL/CUDA,
- Dimensionnalité d'un problème,
- Applications sous forme de mini-projets individuels ou en équipe.

Acquis d'apprentissage

- Transformer un code séquentiel en code parallèle et le valider.
- Concevoir des codes de calcul parallèle dans différents environnements matériels.

Compétence visées

- Savoir programmer en parallèle sur un processeur multi-coeurs, en calcul distribué sur plusieurs unités, sur carte graphique.
- Savoir valider et évaluer un code parallèle.

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Stage logiciels – SLOG

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SLOG	0	3	0	12	15	Stage logiciel

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques et de l'UFR SPM.

Pré-requis

- Utilisation des systèmes d'exploitation standard (Windows, Linux, MacOS)
- Connaissances en programmation

Descriptif

Le contenu de ce stage qui se déroule durant la semaine de la rentrée a pour objectif d'initier les étudiants aux outils logiciels qui sont considérés comme primordiaux par l'équipe pédagogique : outils graphiques (xfig pour dessiner des figures, gnuplot pour les graphes, formats postscript et pdf, ImageMagick...), pratique de la présentation d'un diaporama, introduction au HTML et préparation d'une page web (éditeur de texte et éditeur de page web), gestion du bibliographie avec Zotero, introduction à la gestion de projet, Makefile, outils de gestion de bibliographie, introduction à un langage de script de type Python ? Le contenu pourra évoluer en fonction des besoins de la formation.

Acquis d'apprentissage

- Production d'illustrations de résultats scientifiques
- Utilisation d'outils numériques pour mettre en valeur ses résultats
- Utilisation d'un outil de gestion de bibliographie
- Première sensibilisation aux langages de script

Compétence visées

- Présenter ses travaux grâce à différents supports : présentation orale avec diapos, rapport avec illustrations graphiques, page web.
- Organiser son travail de manière efficace à l'aide des outils numériques
- Programmer à l'aide d'outils standard et reconnus

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Contrôle optimal – COOP

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
COOP	3	12	9	9	30	Contrôle optimal

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du parcours Calcul Scientifique et Modélisation et de la spécialité Mathématiques appliquées de l'INSA de Rennes.

Pré-requis

Algèbre de niveau licence, Méthodes numériques du linéaire et du non-linéaire, Optimisation.

Descriptif

- Modélisation d'un système de contrôle
- Contrôlabilité, Observabilité, Stabilisation
- Principes d'optimalité
- Equations HJB, Contrôle LQR
- Méthodes directes et Méthodes indirectes
- Mise en pratique avec les logiciels MATLAB et/ou SCILAB

Acquis d'apprentissage

Compétence visées

- Maîtriser les techniques classiques en commande optimale.
- Être capable de modéliser un système, d'identifier les variables de contrôle et d'état.
- Maîtriser les différentes notions de contrôlabilité, d'observabilité et de stabilité.
- Identifier, caractériser et calculer la ou les solutions au moyen de méthodes adaptées.

Organisation

Modalités d'évaluation : Un devoir surveillé et un contrôle de TP et/ou projet.

Commentaire

Cours commun avec les étudiants de 5ème année de l'INSA de Rennes.

Bibliographie

- M. Bergounioux. Optimisation et contrôle des systèmes linéaires. Dunod, 2001.
- A. Locatelli. Optimal control, an introduction. Birkhauser, 2000.
- E. Trélat. Contrôle optimal : théorie et applications. Vuibert, 2005.
- T. Weber. Optimal control theory. The MIT press, 2011.



Calcul scientifique en action – CSA

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
CSA	3	12	0	15	27	Calcul scientifique en action

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du parcours Calcul Scientifique et Modélisation de l'UFR Mathématiques.

Pré-requis

- Les différentes UE de méthodes numériques du master CSM ou équivalent

Descriptif

Cette UE propose l'analyse d'une application du Calcul Scientifique incluant la motivation, la modélisation, l'analyse mathématique du modèle, le choix de méthodes numériques, la mise en œuvre informatique, la simulation numérique, la représentation des résultats et leur interprétation. Chaque année, il pourra être proposé une application différente faisant participer des intervenants académiques ou venant d'entreprises partenaires du master.

Par exemple, nous pourrions aborder le domaine de l'aérospatiale dans le cadre du projet Perseus, l'impact d'un tsunami, l'imagerie médicale, l'optronique, ...

Acquis d'apprentissage

- Compréhension et maîtrise de toute la chaîne des mathématiques appliquées, de l'analyse du modèle à la simulation de ses solutions, avec interprétation des résultats et discussion argumentée.
- Mise en pratique concrète des connaissances sur les méthodes numériques dans un domaine d'application original.

Compétence visées

- Développer dans son ensemble un outil numérique sur une application donnée.
- Analyser et interpréter des résultats numériques.
- Discuter de la pertinence d'un modèle et/ou d'une méthode numérique.

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Modélisation en action 2 – MODA2

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
MODA2	3	12	15	0	27	Modélisation en action 2

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du parcours Calcul Scientifique et Modélisation de l'UFR Mathématiques.

Pré-requis

- Connaissance des principes généraux de la physique.
- Bases mathématiques sur les systèmes dynamiques et les équations aux dérivées partielles.

Descriptif

Dans ce cours est abordé à travers une application donnée le processus de modélisation, incluant le choix des hypothèses de modélisation, la dérivation d'équations constitutives et la confrontation avec les phénomènes étudiés. Cela pourra être complété par des arguments d'analyse mathématiques et/ou des illustrations numériques.

Chaque année, il pourra être proposée une application différente faisant participer des intervenants académiques ou venant d'entreprises partenaires du master.

Acquis d'apprentissage

- Mise en application des différentes connaissances mathématiques acquises.
- Compréhension des étapes successives de la modélisation d'un phénomène.

Compétence visées

- Interagir avec un expert d'un domaine d'applications des mathématiques, avec intégration des enjeux et du vocabulaire.
- Structurer le raisonnement menant à un modèle analysable mathématiquement.

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Ondelettes – OND

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
OND	0	12	0	0	12	Ondelettes

Équipe pédagogique

Membres du Laboratoire de Traitement du Signal et de l'Image et équipe pédagogique du Master Calcul Scientifique et Modélisation.

Pré-requis

Descriptif

Acquis d'apprentissage

—

—

Compétence visées

—

—

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Projet et stage – PSTA

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
PSTA	18	0	0	0	0	Projet et stage

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du parcours Calcul Scientifique et Modélisation de l'UFR Mathématiques

Pré-requis

Les différentes UE du master Calcul Scientifique et Modélisation en lien avec le sujet du stage.

Descriptif

Projet de préparation au stage : Recherche bibliographique ; approfondissement des notions théoriques pertinentes pour le stage, apprentissage et pratique de langages informatiques ou de logiciels, résolution d'un problème de modélisation et de simulation numérique ; précision des objectifs du stage ; rédaction de rapport et présentation orale (15 minutes) avec diaporama avant le départ en entreprise.

Stage : À réaliser dans un département de Recherche et Développement d'une entreprise privée ou d'un organisme public de recherche en collaboration étroite avec le milieu industriel. Il fait l'objet d'une convention de stage entre l'entreprise d'accueil et l'Université de Rennes. L'étudiant doit trouver l'entreprise d'accueil, comprendre ou participer à définir le contenu du stage en étroite concertation avec les responsables du stage, découvrir la culture et le fonctionnement des entreprises, réaliser les tâches définies et les mener à termes avec succès, mesurer ses capacités et compétences. Le stage doit être l'occasion pour l'étudiant de valoriser ses acquis des deux années du Master, et de faire ses preuves en vue du recrutement. Le stage fait l'objet d'une évaluation continue sous forme de rapports mensuels ou spécifiques, s'achevant par un rapport et une soutenance orale.

Acquis d'apprentissage

- Première expérience professionnelle.
- Travail approfondi d'un sujet appliqué.
- Restitution sous la forme d'un rapport et d'une présentation orale.

Compétence visées

- Interagir avec des chercheurs scientifiques et développer ses connaissances à travers ces échanges.
- S'insérer dans un projet et dans une équipe.
- Valoriser ses connaissances et compétences dans un cadre professionnel.
- Restituer un travail approfondi sous plusieurs formes.

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Réduction de modèles en mécanique des fluides – R

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
RMMF	3	9	6	6	21	Réduction de modèles de mécanique des fluides

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du parcours Calcul Scientifique et Modélisation et intervenant INRIA.

Pré-requis

Bases sur les espaces de Hilbert, équations différentielles et aux dérivées partielles, algèbre linéaire, logiciel de programmation de haut niveau.

Descriptif

Ce cours porte sur les techniques de réduction de modèles permettant d'obtenir des modèles d'ordre très faibles (< 100) approchant la solution et le comportement dynamique d'une équation aux dérivées partielles. Le cours sera centré principalement autour de la décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD) appliquée aux écoulements modélisés par les équations de Navier-Stokes incompressibles. On abordera également une autre décomposition : la décomposition en modes dynamiques (DMD) qui consiste à chercher des fonctions propres d'un opérateur linéaire inconnu permettant de propager les données en temps. Nous verrons les forces et les limites de ces techniques de réduction de modèles, ainsi que leur champ d'applicabilité.

Des ouvertures seront données à d'autres bases de projection, d'autres équations (que faire pour un écoulement compressible par exemple), et divers techniques afin d'obtenir un système dynamique stable et précis.

Acquis d'apprentissage

- Principes de la décomposition de solutions et de la réduction de modèles (POD, DMD, ...).
- Traitements spécifiques à la mécanique des fluides (conditions aux limites, pression, divergence nulle, ...).

Compétence visées

- Évaluer les potentialités et les limites des méthodes de réduction de modèles.
- Appliquer ces techniques et les implémenter.

Organisation

Commentaire

Bibliographie



Simulation moléculaire par Monte Carlo – SMMC

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SMMC	0	15	0	0	15	Simulation moléculaire par Monte-Carlo

Équipe pédagogique

Équipe pédagogique du Master 2 nanosciences, nanomatériaux, nanotechnologies.

Pré-requis

Aucun prérequis de physique n'est nécessaire.

Descriptif

- Bases de la simulation moléculaire (dynamique moléculaire et Monte-Carlo) et mésoscopique,
- Physique statistique, lien « micro-macro », simulations multi-échelles, calculs de propriétés macroscopiques : enthalpie libre, tension de surface, coefficient de diffusion, viscosité, propriétés d'adsorption,
- Exploration des processus microscopiques : distribution radiale, potentiel de force moyenne, profil de densité, etc,
- Applications directes dans le domaine de la nanotechnologie (confinement de fluides dans des nanopores) ; transition de phases, ou bien encore sur des sujets plus actuels tels que le captage et la séquestration des gaz à effet de serre.

Acquis d'apprentissage

Compétence visées

- Méthodes de simulations moléculaires à des fins prédictives (calcul de propriétés macroscopiques utiles en sciences appliquées et fondamentales) et pour la compréhension des processus microscopiques (exploration de la matière).

Organisation

Commentaire

Ce module est mutualisé avec le Master 2 nanosciences, nanomatériaux, nanotechnologies.

Bibliographie



Cours de base en Aléatoire – BASE-ALEA

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
BASE-ALEA	6	24	0	0	24	Cours de base en Aléatoire

Équipe pédagogique

Intervenants du master Mathématiques fondamentales.

Prérequis

Le programme de Master 1 de Mathématiques fondamentales.

Descriptif

L'UE vise à développer et étudier la théorie de base dans certaines disciplines d'aléatoire qui sont au programme.

Acquis d'apprentissage

L'objectif principal est de donner une formation de base pour la recherche dans certaines disciplines d'aléatoire qui sont au programme.

Compétence visées

Maîtriser la théorie de base dans certaines disciplines d'aléatoire qui sont au programme. À la sortie du cours, l'étudiant(e) est capable de s'orienter vers des aspects plus avancés dans les domaines de recherche qui sont au programme.

Programme

Sans être exhaustive, la liste suivante donne des exemples de thématiques abordées en Aléatoire :

- Processus stochastiques
- Calcul stochastique
- Marche aléatoires sur les graphes
- Chaînes et processus de Markov
- Introduction à la mécanique quantique
- Propriétés stochastiques des systèmes dynamiques
- Estimations paramétrique et non paramétrique
- Statistique des processus.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie

À voir selon le cours.



Cours de base en Algèbre et Géométrie – BASE-AG

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
BASE-AG	6	24	0	0	24	Cours de base en Algèbre et Géométrie

Équipe pédagogique

Intervenants du master Mathématiques fondamentales.

Prérequis

Le programme de Master 1 de Mathématiques fondamentales.

Descriptif

L'UE vise à développer et étudier la théorie de base dans certaines disciplines d'algèbre et de géométrie qui sont au programme.

Acquis d'apprentissage

L'objectif principal est de donner une formation de base pour la recherche dans certaines disciplines d'algèbre et de géométrie qui sont au programme.

Compétence visées

Maîtriser la théorie de base dans certaines disciplines d'algèbre et de géométrie qui sont au programme. À la sortie du cours, l'étudiant(e) est capable de s'orienter vers des aspects plus avancés dans les domaines de recherche qui sont au programme.

Programme

Sans être exhaustive, la liste suivante donne des exemples de thématiques abordées en Algèbre et Géométrie :

- Cohomologie de DeRham
- D -modules
- Géométrie algébrique
- Géométrie arithmétique
- Géométrie complexe
- Géométrie hyperbolique
- Géométrie réelle
- Groupes et algèbres de Lie
- Langage des schémas
- Surfaces de Riemann
- Systèmes dynamiques
- Théorie des nombres
- Théorie des représentations.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie

À voir selon le cours.



Cours de base en Analyse et appl. – BASE-ANA

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
BASE-ANA	6	24	0	0	24	Cours de base en Analyse et applications

Équipe pédagogique

Intervenants du master Mathématiques fondamentales.

Prérequis

Le programme de Master 1 de Mathématiques fondamentales.

Descriptif

L'UE vise à développer et étudier la théorie de base dans certaines disciplines d'analyse et d'étudier quelques applications qui sont au programme.

Acquis d'apprentissage

L'objectif principal est de donner une formation de base pour la recherche dans certaines disciplines d'analyse et d'étudier quelques applications qui sont au programme.

Compétence visées

Maîtriser la théorie de base dans certaines disciplines d'analyse ainsi que certaines applications qui sont au programme. À la sortie du cours, l'étudiant(e) est capable de s'orienter vers des aspects plus avancés dans les domaines de recherche qui sont au programme.

Programme

Sans être exhaustive, la liste suivante donne des exemples de thématiques abordées en Analyse :

- Théorie spectrale
- Analyse micro-locale
- Introduction aux Équations aux Dérivées Partielles (elliptiques, hyperboliques, paraboliques)
- Analyse numérique (éléments finis, méthodes semi-lagrangiennes méthodes particulières, volumes finis).

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie

À voir selon le cours.



Séminaire – SEM

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SEM	6	0	0	0	0	Séminaire

Équipe pédagogique

Intervenants du master Mathématiques fondamentales, enseignants-chercheurs et chercheurs de l'IRMAR.

Prérequis

Le programme du Master 1 de Mathématiques fondamentales.

Descriptif

Cette UE consiste à une étude autonome sur un sujet à choisir dans une liste proposée. À l'issue de cette étude, sont attendues, la rédaction d'un rapport et une soutenance orale .

Acquis d'apprentissage

L'objectif de cette UE est d'exercer une étude autonome sur article ou livre de recherche et d'apprendre à rédiger des rapports et compte rendus de travail ainsi qu'à exposer ses résultats en public.

Compétence visées

Capacité à appréhender en autonomie un nouveau aspect mathématique. Capacité à restituer ses travaux à l'écrit et à l'oral.

Programme

À voir selon le sujet de séminaire.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie

À voir selon le sujet de séminaire.



Cours spécialisé en Aléatoire – SPE-ALEA

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SPE-ALEA	6	24	0	0	24	Cours spécialisé en Aléatoire

Équipe pédagogique

Intervenants du master Mathématiques fondamentales.

Prérequis

Le programme du premier semestre du Master 2 de Mathématiques fondamentales.

Descriptif

L'UE vise à développer et étudier certains aspects avancés dans certaines disciplines d'aléatoire qui sont au programme.

Acquis d'apprentissage

L'objectif principal est de donner une formation spécialisée pour la recherche dans certaines disciplines d'aléatoire qui sont au programme.

Compétence visées

Maîtriser certains aspects avancés dans les disciplines d'aléatoire qui sont au programme. À la sortie du cours, l'étudiant(e) est capable de s'orienter vers un des axes de recherche que l'on retrouve au sein de l'IRMAR et de ses partenaires.

Programme

Sans être exhaustive, la liste suivante donne des exemples de thématiques avancées abordées en Aléatoire au S10 :

- Analyse des processus stochastiques
- Méthodes probabilistes pour les EDP
- EDP stochastiques
- Méthode de Stein
- Calcul de Malliavin
- Processus à saut
- Processus ponctuels
- Trajectoires rugueuses
- Théorie ergodique des actions de groupe
- Statistique bayésienne
- Méthodes modernes d'apprentissage
- Modèles avancés d'ingénierie financière
- Filtrage linéaire et non linéaire.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie

À voir selon le cours.



Cours spécialisé en Algèbre et Géométrie – SPE-AG

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SPE-AG	6	24	0	0	24	Cours spécialisé en Algèbre et Géométrie

Équipe pédagogique

Intervenants du master Mathématiques fondamentales.

Prérequis

Le programme du premier semestre du Master 2 de Mathématiques fondamentales.

Descriptif

L'UE vise à développer et étudier certains aspects avancés dans certaines disciplines d'algèbre et de géométrie qui sont au programme.

Acquis d'apprentissage

L'objectif principal est de donner une formation spécialisée pour la recherche dans certaines disciplines d'algèbre et de géométrie qui sont au programme.

Compétence visées

Maîtriser certains aspects avancés dans les disciplines d'algèbre et de géométrie qui sont au programme. À la sortie du cours, l'étudiant(e) est capable de s'orienter vers un des axes de recherche que l'on retrouve au sein de l'IRMAR et de ses partenaires.

Programme

Sans être exhaustive, la liste suivante donne des exemples de thématiques avancées abordées en Algèbre et Géométrie au S10 :

- Algèbres de Hecke
- Applications singulières et fibre de Milnor
- Cohomologie
- D -modules
- Feuilletages holomorphes
- Géométrie algébrique
- Géométrie arithmétique
- Géométrie riemannienne et courbure
- Principe de moindre action
- Théorie des nombres
- Théorie de la distribution des valeurs
- Théorie des représentations.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie

À voir selon le cours.



Cours spécialisé en Analyse et appl. – SPE-ANA

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SPE-ANA	6	24	0	0	24	Cours spécialisé en Analyse et applications

Équipe pédagogique

Intervenants du master Mathématiques fondamentales.

Prérequis

Le programme du premier semestre du Master 2 de Mathématiques fondamentales.

Descriptif

L'UE vise à développer et étudier certains aspects avancés dans certaines disciplines d'analyse et des applications qui sont au programme.

Acquis d'apprentissage

L'objectif principal est de donner une formation spécialisée pour la recherche dans certaines disciplines d'analyse et d'étudier quelques applications qui sont au programme.

Compétence visées

Maîtriser certains aspects avancés dans les disciplines d'analyse et applications qui sont au programme. À la sortie du cours, l'étudiant(e) est capable de s'orienter vers un des axes de recherche que l'on retrouve au sein de l'IRMAR et de ses partenaires.

Programme

Sans être exhaustive, la liste suivante donne des exemples de thématiques avancées abordées en Analyse au S10 :

- Équation d'Euler
- Équation de Navier-Stokes
- Équation de Schrödinger
- Contrôle optimal
- Intégration géométrique des équations différentielles
- EDP stochastiques
- Analyse numérique.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie

À voir selon le cours.



Stage recherche– STR

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
STR	15	0	0	0	0	Stage recherche

Équipe pédagogique

Intervenants du master Mathématiques fondamentales et certains enseignants-chercheurs extérieurs.

Prérequis

Le programme des cours du Master 2 de Mathématiques fondamentales.

Descriptif

Cette UE consiste à une étude autonome sur un projet imposé ainsi qu'une rédaction d'un mémoire et une soutenance.

Acquis d'apprentissage

L'objectif de cette UE est d'exercer une étude autonome sur un projet imposé et d'apprendre à rédiger des rapports et compte rendus de travail ainsi qu'à exposer ses résultats en public.

Compétence visées

Capacité à appréhender en autonomie une théorie ou problématique mathématique nouvelle. Capacité de restitution des ses travaux à l'écrit et à l'oral.

Programme

À voir selon le sujet de stage.

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie

À voir selon le sujet de stage.



Anglais – LANGUE

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
LANGUE	3	0	30	0	30	Anglais

Équipe pédagogique

Service commun d'étude des langues vivantes appliquées (SCELVA).

Prérequis

Pratique de l'Anglais du M1.

Descriptif

Acquis d'apprentissage

Compétence visées

Programme

Modalités d'évaluation

Contrôle continu

Bibliographie



Courbes elliptiques en cryptographie – CEC

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
CEC	5	21	15	9	45	Courbes elliptiques pour la cryptographie

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Pré-requis

- Mathématiques de licence et de M1, en particulier algèbre et arithmétique, corps finis.
- Bases de la cryptographie à clé publique.

Descriptif

- Systèmes d'équations algébriques et généralités de géométrie algébrique. Courbes algébriques (théorème de Bézout, diviseurs, courbes algébriques sur les corps finis). Illustration en théorie des codes.
- Courbes elliptiques (généralités, loi de groupes, endomorphismes, isogénies, Frobenius, polynômes de division, courbes elliptiques sur C , Q , F_q).
- Nombre de points sur les corps finis (borne de Hasse, Algorithme de Schoof)
- Utilisation des courbes elliptiques en cryptographie.
- Arithmétique des courbes elliptiques sur les corps finis (systèmes de coordonnées, systèmes de représentation de la courbe)
- Multiplication scalaire efficace (Double and Add, Fenêtre glissante, chaînes d'addition, Yao, Lim-Lee, Montgomery ladder)
- Attaques par canaux cachés basiques (SPA, DPA, fautes) et contremesures
- Multiexponentiation et application à la méthode GLV/GLS
- Attaques connues (courbes anormales, couplages, restriction aux scalaires de Weil)
- Protocoles standard (ECDSA, ECMQV, Nyberg Ruppel, GPS)
- Revues et conférences importantes, bibliothèques de multiprécision et de cryptographie.

Acquis d'apprentissage

- Théorie et algorithmique des courbes elliptiques
- Cryptographie à base de courbes elliptiques

Compétence visées

- Mise en pratique concrète de théories mathématiques avancées
- Autonomie
- Prise d'initiative
- Choisir/évaluer un algorithme en fonction des besoins et de l'environnement



Réseaux euclidiens en cryptographie – REC

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
REC	4	21	15	3	39	Réseaux euclidiens en cryptographie

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques et de l'ISTIC

Pré-requis

- Mathématiques de licence et de M1, en particulier algèbre et arithmétique, corps finis.
- Bases de la cryptographie à clé publique

Descriptif

- Définitions et propriétés élémentaires (Gram-Schmidt, Minkowski) puis les bornes théoriques sur les vecteurs courts
- LLL : Algorithme de propification, algorithme global, analyse de la complexité
- Application de LLL à RSA, RSA OAEP
- SVP/CVP, réseau dual, smoothing parameter, gaussiennes discrètes
- Complexité des problèmes sur les réseaux
- Problèmes SIS et LWE et réductions pires-cas moyens-cas
- Construction de signature reposant sur SIS
- Construction de chiffrement à clé publique reposant sur LWE
- Si le temps le permet, Réseaux idéaux et applications

Acquis d'apprentissage

Utilisation des réseaux euclidiens en cryptographie post-quantique

Compétence visées

- Transfert de connaissances mathématiques vers leur mise en oeuvre pratique
- Savoir choisir, paramétrer et dimensionner un cryptosystème
- Autonomie
- Prise d'initiative



Programmation Java pour la cryptographie – JAVA

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
JAVA	3	9	0	21	30	Programmation Java pour la cryptographie

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques et de l'ISTIC.

Pré-requis

- Programmation impérative
- Cryptographie

Descriptif

Cet enseignement porte sur les structures de données classiques (listes, arbres, ensembles, tables) par une approche type abstrait / programmation objet : on définit d'abord la structure du type étudié ainsi que les primitives de manipulation (méthodes) puis, dans un second temps, on examine les représentations possibles en mémoire (mises en oeuvre). Ce programme sera mise en oeuvre dans le cadre de la cryptographie classique.

Acquis d'apprentissage

- Programmation objet

Compétence visées

- Mise en pratique en JAVA des bases de la cryptographie moderne
- Autonomie
- Maîtrise de la programmation



Théorie algorithmique des nombres pour la cryptographie

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
TANC	3	15	12	6	33	Théorie algorithmique des nombres pour la cryptographie

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques et de la DGA

Pré-requis

- Algèbre de M1
- Courbes elliptiques
- Connaissances approfondies en arithmétique et corps finis

Descriptif

- Méthodes de preuve de primalité et de factorisation avancées (QS, NFS, AKS, ECM, ECPP)
- Calcul du logarithme discret par calcul d'indice.
- Construction par CM ou comptage de points par l'AGM suivant le temps disponible.
- Bases de Groebner

Acquis d'apprentissage

Algorithmique avancée pour la cryptographie classique et post-quantique

Compétence visées

- Savoir jauger les problèmes mathématiques sur lesquels reposent les primitives cryptographiques
- Cultiver les aspects théoriques de la cryptographie moderne
- Faire preuve de rigueur



Codes correcteurs en cryptographie – CCC

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
CCC	3	15	12	6	33	Codes correcteurs en cryptographie

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques et de la DGA

Pré-requis

Cours de codes correcteurs de niveau M1

Descriptif

La cryptographie à base de codes est centrée sur des problèmes issus de la théorie des codes qui sont suffisamment difficiles pour servir de primitives cryptographiques. En 1978, Mc Eliece a proposé un nouveau cryptosystème à clé publique basé sur la théorie des codes. La sécurité de ce cryptosystème repose sur le problème du décodage général pour un code linéaire aléatoire, problème qui résisterait à des attaques par des ordinateurs quantiques. Le but de ce cours est de présenter quelques familles de codes structurés sur lesquels reposent divers cryptosystèmes. On donnera un aperçu des attaques structurelles sur certaines de ces familles de codes ainsi que des attaques classiques sur le problème du décodage général.

- Cryptosystèmes de McEliece et de Niederreiter : généralités (rappels si vus en M1)
- Codes issus de la géométrie algébrique (définition, construction...)
- Codes en métrique rang : polynômes linéarisés, codes de Gabidulin, décodage
- Cryptosystèmes à base de codes de Gabidulin en métrique rang et à base de codes de Reed-Solomon et de codes AG en métrique de Hamming : attaques structurelles
- Attaque sur les messages (ISD) et par canaux cachés
- Signature type CFS
- Codes issus de la standardisation du NIST

Acquis d'apprentissage

Connaissance fine de la cryptographie à base de codes correcteurs d'erreurs

Compétence visées

- Mise en pratique concrète de théories mathématiques avancées
- Autonomie
- Prise d'initiative



Cryptographie quantique – CQ

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
CQ	3	15	15	0	30	Cryptographie quantique

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Pré-requis

Probabilités de M1 Mathématiques de l'information, cryptographie

Descriptif

- Rappels de probabilité et sur les espaces de Hilbert
- Postulats de la mécanique classique et de la mécanique quantique
- Distribution de la clé par un procédé quantique
- Analyse de la sécurité du protocole BB84
- Information quantique
- Registres et portes logiques
- Codes correcteurs d'erreurs
- Algorithme de factorisation de Shor

Acquis d'apprentissage

Connaissance des bases et des enjeux de la cryptographie quantique

Compétence visées

Connaitre les fondements théoriques de la mécanique quantique et de ses applications en cryptographie



Stage parcours classique – STAGE

S10	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
STAGE	18	0	0	0	0	Stage

Équipe pédagogique

Enseignants de l'UFR Mathématiques.

Pré-requis

Tout le reste des études

Descriptif

Stage de fin d'études

Acquis d'apprentissage

- Mise en pratique concrète des connaissances acquises au cours de la formation
- Connaissance de l'environnement professionnel

Compétence visées

- Autonomie
- Prise d'initiative
- Travail en équipe
- Savoir rédiger
- Transmission de l'information et des connaissances
- Communication
- Respect des contraintes professionnelles



Programmation Java pour la cryptographie – JAVA

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
JAVA	3	9	0	21	30	Programmation Java pour la cryptographie



Cryptanalyse – CRYPTA

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
CRYPTA	3	15	0	15	30	Cryptanalyse



Sécurité des réseaux – SRES

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SRES	3	12	3	18	33	Sécurité des réseaux



Sécurité des implémentations – SIMP

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SIMP	3	12	0	19,5	31,5	Sécurité des implémentations



Sécurité des protocoles – SEP

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
SEP	3	21	0	0	21	Sécurité des protocoles



Blockchain, principles and applications – BLK

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
BLK	3	12	0	24	36	Blockchain, principles and applications



Preuves de sécurité – PS

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
PS	3	15	0	15	30	Preuves de sécurité



Advanced Hardware Protection – AHP

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
AHP	3	12	0	15	27	Advanced Hardware Protection



Introduction au droit de la cybersécurité – IDC

S9	ECTS	CM	TD	TP	Total	Nom
IDC	3	16,5	9	9	34,5	Introduction au droit de la cybersécurité