

Travaux en cours

Ce travail est une collaboration avec F. Bentalha (Université de Batna, Algérie) et D. Polisevski (Institut de Mathématiques de l'Académie Roumaine, Roumanie).

Les méthodes d'homogénéisation permettent de décrire rigoureusement le comportement d'un matériau résultant du mélange de plusieurs composants. En particulier, on obtient ainsi une formule explicite reliant les grandeurs caractéristiques globales, telles que la matrice de diffusivité, avec celles des constituants. Mathématiquement, il existe plusieurs variantes, selon que l'on adopte un point de vue énergétique (gamma-convergence) ou que l'on décide de travailler sur des EDP (H-convergence, double échelle par exemple). Nous nous limitons à cette dernière technique car elle nous permet d'étudier une classe de fluides dits thermiques caractérisés par leur aptitude à transporter de la chaleur par l'intermédiaire de particules en suspension. Le problème avec équipartition des constituants liquide et solide a déjà été traité par H. Ene et D. Polisevski. D'autre part, des résultats ont été obtenus pour une distribution raréfiée des particules thermiques dans le cadre de la collaboration citée ci-dessus et ont donné lieu à deux articles soumis, dont l'un accepté pour publication et que nous joignons.

Ces nouveaux résultats ont été mis en évidence grâce à des techniques développées à l'origine en relation avec la description d'effets non locaux, dans un fameux article de Khruslov, puis dans des publications de Bouchitté, Bellieud, Briane, Tchou (voir la bibliographie des articles cités ci-dessus) avec un apport fondamental sur la question théorique des formes de Dirichlet. Notre point de vue tant essentiellement celui de la modélisation mécanique, nous avons privilégié une mise en forme classique et nous avons montré dans un article soumis que le formalisme des mesures de Radon pouvait être avantageusement remplacé par celui des opérateurs entre espaces de Hilbert.

Nous exposons ci-dessous les questions restées ouvertes et que nous nous proposons de résoudre..

1. Modèle asymptotique pour des Fluides thermiques:

- compléter l'étude déjà réalisée qui utilisait des techniques d'homogénéisation adaptées à la mise en évidence d'effets non locaux lorsque la diffusivité des particules radiantes est infinie ou très faible.
- considérer en particulier le cas de la diffusivité finie qui reste ouvert.

La question de la diffusivité finie ne semble pas pouvoir être réduite à une simple adaptation des méthodes utilisées. Il apparaît que ce cas devra faire l'objet d'une étude particulière.

2. Milieux fissurés: par les mêmes techniques d'homogénéisation, étudier un milieu fissuré traversé par un liquide thermique lorsque les paramètres en jeu sont trop fortement contrastés pour que les méthodes classiques d'homogénéisation s'appliquent. Mise en évidence des rapports critiques entre les différents paramètres.
3. Modélisation d'un fluide visco-élastique par des méthodes d'homogénéisation.
 - étudier le comportement asymptotique du composé fluide-solide étudié dans la thèse d'Etat de F. Bentalha par les méthodes d'homogénéisation formelles classiques;
 - questions ouvertes: effets de mémoire, effets non locaux, couplages non classiques;
 - choix de l'interface.

References

- [1] D. CIORANESCU AND F. MURAT, Un terme étrange venu d'ailleurs, I and II. *Nonlinear Partial Differential Equations and their Applications. College de France Seminar, II and III*, Paris (1979/1980) and (1980/1981) *Research Notes in Mathematics*, **60** and **70**, Pitman, London (1982) and (1983), 98–138 and 154–178
- [2] M. BELLIEUD AND G. BOUCHITTÉ, Homogenization of elliptic problems in a fiber reinforced structure. Non local effects. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pis Cl. Sci.* **26** (1998), 407–436.

- [3] J. CASADO-DIAZ, Two-scale convergence for nonlinear Dirichlet problems in perforated domains. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh* **130 A** (2000), 249–276.
- [4] M. BRIANE AND N. TCHOU, Fibered microstructure for some non-local Dirichlet forms. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci.* **30** (2001), 681–712.
- [5] M. BELLIEUD AND I. GRUAIS, Homogenization of an elastic material reinforced by very stiff or heavy fibers. Non local effects. Memory effects. *J. Math. Pures Appl.*, to appear (2004).
- [6] E. Y. KHRUSLOV, Homogenized models of composite media, *Progress in Nonlinear Differential Equations and their Application*, Birkhäuser (1991).
- [7] U. MOSCO, Composite media and asymptotic Dirichlets forms. *J. Functional Anal.* **123** (1994), 368–421.
- [8] G. ALLAIRE, Homogenization of the Navier-Stokes equations in open sets perforated with tiny holes. I. Abstract framewok, a volume distribution of holes. *Arch. Rational. Mech. Anal.* **113** (1991), 209–259.
- [9] H. ENE AND D. POLIŠEVSKI, *Thermal Flow in Porous Media*. D. Reidel Pub. Co., Dordrecht (1987).
- [10] D. POLIŠEVSKI, Thermal flow through a porous radiant of low conductivity. *J. Appl. Math. Phys. (ZAMP)* **53** (2002), 12–19.