

## Hétéroscédasticité des aléas : tests et estimation par MCG

Thème : Les dépenses de consommation financées par carte de crédit,

Fichiers à télécharger :

<http://perso.univ-rennes1.fr/isabelle.cadoret-david/econometrie/MCG/cartecredit.xls>  
<http://perso.univ-rennes1.fr/isabelle.cadoret-david/econometrie/MCG/cartecreditrats.xls>  
<http://perso.univ-rennes1.fr/isabelle.cadoret-david/econometrie/MCG/cartecredit.prg>

**N.B. : Il vous est demandé de réaliser les estimations et les tests à l'aide d'EXCEL.**

Les variables sont les suivantes (les observations sont reproduites dans l'**annexe 1**) :

- *Dépenses* : dépenses mensuelles effectuées avec la carte de crédit
- *Age* : âge de l'individu
- *Prop* : variable indicatrice (1 si l'individu est propriétaire de son logement, 0 sinon).
- *Revenu* : revenu de l'individu
- *Revenu2* : carré du revenu

Source : W.Greene, "Econometric Analysis" Prentice Hall International, 4ème édition, 2000

### 1. Estimation préalable par MCO et MV :

- i) *Estimer avec la méthode des MCO les dépenses des individus en fonction des variables : Age, Prop, Revenu et Revenu2 (préciser les lignes de commande RATS, cf. annexe 2)*
- ii) *Préciser comment sont calculés les coefficients de détermination, puis les résidus et leur variance (cf. aussi les résultats du programme RATS de l'annexe 3). Commenter.*
- iii) *Tester la signification des paramètres et interpréter les résultats obtenus.*
- iv) *Représenter sur graphique le carré des résidus en fonction de la variable revenu. Conclure.*

### 2. Analyse des résidus : tests d'hétéroscédasticité

- i) *Conduire le test de White :*
  - *Ecrire l'équation de régression du carré des résidus.*
  - *Poser le problème de test.*
  - *Ecrire la statistique associée et en déduire sa distribution de probabilité.*
  - *Définir et représenter graphiquement la région critique pour un niveau  $\alpha=5\%$ .*
  - *Conclure.*

- ii) *Réaliser le test de White modifié en considérant que la variance des aléas est uniquement fonction de Revenu, Revenu2 et Revrev2 (et d'un terme constant) sous l'hypothèse rivale.*

- iii) *Appliquer le test de Goldfeld-Quandt en utilisant les résultats des estimations présentés dans les tableaux 2 et 3 ci-après.*
  - *Trier l'échantillon en fonction de Revenu par ordre décroissant.*
  - *Ecrire l'équation de régression.*
  - *Retirer les 8 observations centrales, puis estimer le modèle complet sur les deux sous-échantillons ainsi obtenus.*
  - *Poser le problème de test.*
  - *Ecrire la statistique associée et en déduire sa distribution de probabilité sous l'hypothèse nulle.*
  - *Définir et représenter graphiquement la région critique pour un niveau  $\alpha=5\%$ .*
  - *Conclure.*

### 3. Recherche d'estimateurs robustes

- i) *Estimer le modèle avec la méthode des MCO tout en corrigeant le calcul de la matrice de variance covariance des paramètres (correction de White).*
- ii) *On suppose à présent que la variance des résidus proportionnelle à une variable explicative donnée.*
  - *Appliquer la méthode des MCG en admettant que la variance des résidus est fonction de la variable Revenu.*
  - *Réaliser l'estimation en supposant désormais que la variance est fonction de la variable Revenu2.*
  - *Commenter les résultats obtenus.*

## ANNEXE 1 : Echantillon d'observations

Isabelle Cadoret : Analyse des dépenses des ménages à partir des dépenses en carte de crédit

Source : Greene "Econometric Analysis"

	Depenses	Age	Prop	Revenu	Revenu2
1	124,98	38	1	4,52	20,4304
2	9,85	33	0	2,42	5,8564
3	15	34	1	4,5	20,25
4	137,87	31	0	2,54	6,4516
5	546,5	32	1	9,79	95,8441
6	92	23	0	2,5	6,25
7	40,83	28	0	3,96	15,6816
8	150,79	29	1	2,37	5,6169
9	777,82	37	1	3,8	14,44
10	52,58	28	0	3,2	10,24
11	256,66	31	1	3,95	15,6025
12	78,87	29	1	2,45	6,0025
13	42,62	35	1	1,91	3,6481
14	335,43	41	1	3,2	10,24
15	248,72	40	1	4	16
16	548,03	40	1	10	100
17	43,34	35	1	2,35	5,5225
18	218,52	34	1	2	4
19	170,64	36	0	4	16
20	37,58	43	1	5,14	26,4196
21	502,2	30	0	4,51	20,3401
22	73,18	22	0	1,5	2,25
23	1532,77	40	1	5,5	30,25
24	42,69	22	0	2,03	4,1209
25	417,83	29	0	3,2	10,24
26	552,72	21	1	2,47	6,1009
27	222,54	24	0	3	9
28	541,3	43	1	3,54	12,5316
29	568,77	37	1	5,7	32,49
30	344,47	27	0	3,5	12,25
31	405,35	28	1	4,6	21,16
32	310,94	26	1	3	9
33	53,65	23	0	2,59	6,7081
34	63,92	30	0	1,51	2,2801
35	165,85	30	0	1,85	3,4225
36	9,58	38	0	2,6	6,76
37	319,49	36	0	2	4
38	83,08	26	0	2,35	5,5225
39	644,83	28	1	7	49
40	93,2	24	0	2	4
41	105,04	21	0	1,7	2,89
42	34,13	24	0	2,8	7,84
43	41,19	26	0	2,4	5,76
44	169,89	33	0	3	9
45	1898,03	34	0	4,8	23,04
46	810,39	33	0	3,18	10,1124
47	32,78	21	0	1,5	2,25
48	95,8	25	0	3	9
49	27,78	27	0	2,28	5,1984
50	215,07	26	0	2,8	7,84
51	79,51	22	0	2,7	7,29
52	306,03	41	0	6	36
53	104,54	42	0	3,9	15,21
54	642,47	25	0	3,07	9,4249
55	308,05	31	1	2,46	6,0516
56	186,35	27	0	2	4
57	56,15	33	0	3,25	10,5625
58	129,37	37	0	2,72	7,3984
59	93,11	27	0	2,2	4,84
60	292,66	24	0	3,75	14,0625
61	98,46	25	0	2,88	8,2944
62	258,55	36	0	3,05	9,3025
63	101,68	33	0	2,55	6,5025
64	65,25	55	1	2,64	6,9696
65	108,61	20	0	1,65	2,7225
66	49,56	29	0	2,4	5,76
67	235,57	41	1	7,24	52,4176
68	68,38	43	0	2,4	5,76
69	474,15	33	1	6	36

## ANNEXE 2 : PROGRAMME RATS

```

1.    **AUTEUR : Isabelle CADORET-DAVID**
2.    ALLOCATE 72
3.    OPEN DATA cartecreditrats.xls
4.    DATA FORMAT=xls,ORG=obs / 
5.    PRINT /
6.    DISPLAY ***estimation avec la méthode des MCO***
7.    LINREG Depenses / resids
8.    # CONSTANT age prop revenu revenu2
9.    *estimation MCO*
10.   SET resid2 = resids**2
11.   COMPUTE scr = %RSS
12.   DISPLAY scr
13.   *calcul du carré des résidus et la somme des carrés des résidus*
14.   SCAT STYLE=SYMBOL, HMAX=6000 1
15.   # resid2 revenu
16.   *graphique du carré des résidus en fonction du revenu*
17.   DISPLAY ***Test de White***
18.   SET age2 = age**2
19.   SET revenu4 = revenu2**2
20.   SET ageprop = age*prop
21.   SET agerev = age*revenu
22.   SET agerev2 = age*revenu2
23.   SET proprev = prop*revenu
24.   SET proprev2 = prop*revenu2
25.   SET revrev2 = revenu * revenu2
26.   LINREG resid2
27.   # CONSTANT age prop revenu revenu2 age2 revenu4 ageprop agerev agerev2 $ 
28.   proprev proprev2 revrev2
29.   compute TW = %nobs*%rsquared
30.   DISPLAY 'statistique de White' TW
31.   CDF CHISQ TW (%NREG-1)
32.   *niveau de significativité du test*
33.   DISPLAY ***Test de White modifié ***
34.   LINREG resid2 / RESIDS
35.   # CONSTANT revenu revenu2 revrev2
36.   COMPUTE lm = %nobs*%rsquared
37.   DISPLAY 'statistique du multiplicatuer de lagrange' lm
38.   CDF CHISQ lm (%NREG-1)
39.   DISPLAY ***Test de Goldfeld - Quandt***
40.   ORDER revenu / depenses age prop revenu2
41.   print / revenu depenses
42.   *range par ordre de croissant du revenu les séries*

```

```

43. LINREG Depenses 1 32
44. # CONSTANT age prop revenu revenu2
45. COMPUTE res1 = %RSS
46. COMPUTE ndf1 = %NDF
47. *estime le modèle sur les 32 premières observations classées*
48. LINREG Depenses 41 72
49. # CONSTANT age prop revenu revenu2
50. COMPUTE res2 = %RSS
51. COMPUTE ndf2 = %NDF
52. *estime le modèle sur les 32 dernières observations classées*
53. COMPUTE Fstat = (res2/ndf2)/(res1/ndf1)
54. DISPLAY 'Fstat' Fstat
55. CDF FTTEST Fstat ndf1 ndf2
56. DISPLAY '***estimation avec la méthode des MCG****'
57. DISPLAY '**premier cas : la variance des aléas est fonction de la variable
revenu***'
58. LINREG(SPREAD=revenu) Depenses
59. # CONSTANT age prop revenu revenu2
60. DISPLAY '**second cas : la variance des aléas est fonction de la variable
revenu2***'
61. LINREG(SPREAD=revenu2) Depenses
62. # CONSTANT age prop revenu revenu2
63. DISPLAY '**estimation avec la méthode des mco, mais avec calcul de la matrice
de variance covariance***'
64. LINREG(ROBUSTERRORS) Depenses
65. # CONSTANT age prop revenu revenu2

```

### ANNEXE 3 : Résultats du programme RATS

\*\*\*estimation avec la méthode des MCO\*\*\*

Linear Regression - Estimation by Least Squares  
Dependent Variable DEPENSES  
Usable Observations 72 Degrees of Freedom 67  
Centered R\*\*2 0.243578 R Bar \*\*2 0.198418  
Uncentered R\*\*2 0.552669 T x R\*\*2 39.792  
Mean of Dependent Variable 262.53208333  
Std Error of Dependent Variable 318.04683131  
Standard Error of Estimate 284.75079529  
Sum of Squared Residuals 5432562.0332  
Regression F(4,67) 5.3937  
Significance Level of F 0.00079522  
Log Likelihood -506.48876  
Durbin-Watson Statistic 1.640032

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	-237.1465136	199.3516649	-1.18959	0.23840661
2. AGE	-3.0818140	5.5147165	-0.55883	0.57813774
3. PROP	27.9409084	82.9223236	0.33695	0.73720572
4. REVENU	234.3470270	80.3659504	2.91600	0.00481866
5. REVENU2	-14.9968442	7.4693370	-2.00779	0.04870093

5432562.03315  
\*\*\*Test de White\*\*\*

Linear Regression - Estimation by Least Squares  
Dependent Variable RESID2  
Usable Observations 72 Degrees of Freedom 59  
Centered R\*\*2 0.199013 R Bar \*\*2 0.036101  
Uncentered R\*\*2 0.254059 T x R\*\*2 18.292  
Mean of Dependent Variable 75452.25046  
Std Error of Dependent Variable 279705.52995  
Standard Error of Estimate 274610.34322  
Sum of Squared Residuals 4.44924e+12  
Regression F(12,59) 1.2216  
Significance Level of F 0.29051266  
Log Likelihood -996.65875  
Durbin-Watson Statistic 1.820714

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	1637390.379	1290979.665	1.26833	0.20966142
2. AGE	5366.243	48893.837	0.10975	0.91297777
3. PROP	812036.761	991630.194	0.81889	0.41614423
4. REVENU	-2021697.610	1053559.103	-1.91892	0.05983568
5. REVENU2	669055.329	365666.731	1.82969	0.07235063
6. AGE2	-424.086	627.459	-0.67588	0.50175906
7. REVENU4	3762.737	2277.358	1.65224	0.10379877
8. AGEPROP	4661.704	14424.595	0.32318	0.74770349
9. AGEREV	11499.862	15614.253	0.73650	0.46434630
10. AGEREV2	-1093.319	1568.053	-0.69725	0.48838710
11. PROPREV	-510192.297	469792.619	-1.08599	0.28189858
12. PROPREV2	51835.098	61799.799	0.83876	0.40499043
13. REVREV2	-86805.325	51162.582	-1.69666	0.09503205

statistique de White 14.32895  
Chi-Squared(12)= 14.328953 with Significance Level 0.28019704

\*\*\*Test de White modifie\*\*\*

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable RESID2  
Usable Observations 72 Degrees of Freedom 68  
Centered R\*\*2 0.090918 R Bar \*\*2 0.050811  
Uncentered R\*\*2 0.153392 T x R\*\*2 11.044  
Mean of Dependent Variable 75452.25046  
Std Error of Dependent Variable 279705.52995  
Standard Error of Estimate 272506.80240  
Sum of Squared Residuals 5.04968e+12  
Regression F(3,68) 2.2669  
Significance Level of F 0.08853612  
Log Likelihood -1001.21603  
Durbin-Watson Statistic 1.773970

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	-100970.1719	366046.4255	-0.27584	0.78350767
2. REVENU	16525.0703	262359.4976	0.06299	0.94996215
3. REVENU2	19114.3695	54905.5662	0.34813	0.72881670
4. REVREV2	-2035.2632	3331.6358	-0.61089	0.54330900

statistique du multiplicateur de Lagrange 6.54608  
Chi-Squared(3)= 6.546082 with Significance Level 0.08786277

\*\*\*Test de Goldfeld - Quandt\*\*\*

ENTRY	REVENU	DEPENSES
1	1.50	73.18
2	1.50	32.78
3	1.51	63.92
4	1.65	108.61
5	1.70	105.04
6	1.85	165.85
7	1.91	42.62
8	2.00	218.52
9	2.00	319.49
10	2.00	93.20
11	2.00	186.35
12	2.03	42.69
13	2.20	93.11
14	2.28	27.78
15	2.35	43.34
16	2.35	83.08
17	2.37	150.79
18	2.40	41.19
19	2.40	49.56
20	2.40	68.38
21	2.42	9.85
22	2.45	78.87
23	2.46	308.05
24	2.47	552.72
25	2.50	92.00
26	2.54	137.87
27	2.55	101.68
28	2.59	53.65
29	2.60	9.58
30	2.64	65.25
31	2.70	79.51

32	2.72	129.37
33	2.80	34.13
34	2.80	215.07
35	2.88	98.46
36	3.00	222.54
37	3.00	310.94
38	3.00	169.89
39	3.00	95.80
40	3.05	258.55
41	3.07	642.47
42	3.18	810.39
43	3.20	52.58
44	3.20	335.43
45	3.20	417.83
46	3.25	56.15
47	3.50	344.47
48	3.54	541.30
49	3.60	234.05
50	3.75	292.66
51	3.80	777.82
52	3.90	104.54
53	3.95	256.66
54	3.96	40.83
55	4.00	248.72
56	4.00	170.64
57	4.50	15.00
58	4.51	502.20
59	4.52	124.98
60	4.60	405.35
61	4.80	1898.03
62	5.00	451.20
63	5.14	37.58
64	5.50	1532.77
65	5.50	251.52
66	5.70	568.77
67	6.00	306.03
68	6.00	474.15
69	7.00	644.83
70	7.24	235.57
71	9.79	546.50
72	10.00	548.03

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable DEPENSES  
Usable Observations 32 Degrees of Freedom 27  
Centered R\*\*2 0.202662 R Bar \*\*2 0.084538  
Uncentered R\*\*2 0.621853 T x R\*\*2 19.899  
Mean of Dependent Variable 113.37125000  
Std Error of Dependent Variable 109.40119200  
Standard Error of Estimate 104.67480110  
Sum of Squared Residuals 295833.97762  
Regression F(4,27) 1.7157  
Significance Level of F 0.17561861  
Log Likelihood -191.51512  
Durbin-Watson Statistic 1.799196

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	-218.7084268	688.1537324	-0.31782	0.75306718
2. AGE	-3.7815685	2.8266437	-1.33783	0.19211185
3. PROP	106.2299565	46.2985307	2.29446	0.02976787
4. REVENU	386.2743134	664.7616700	0.58107	0.56601149
5. REVENU2	-87.1465100	157.3231081	-0.55393	0.58418348

Linear Regression - Estimation by Least Squares  
 Dependent Variable DEPENSES  
 Usable Observations 32 Degrees of Freedom 27  
 Centered R\*\*2 0.043333 R Bar \*\*2 -0.098396  
 Uncentered R\*\*2 0.563557 T x R\*\*2 18.034  
 Mean of Dependent Variable 433.40781250  
 Std Error of Dependent Variable 403.32857468  
 Standard Error of Estimate 422.70596107  
 Sum of Squared Residuals 4824368.8971  
 Regression F(4,27) 0.3057  
 Significance Level of F 0.87156333  
 Log Likelihood -236.18131  
 Durbin-Watson Statistic 2.301373

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	-150.3870646	790.7011101	-0.19019	0.85057943
2. AGE	-1.8942153	13.4781417	-0.14054	0.88927676
3. PROP	-72.2118716	190.2806215	-0.37950	0.70728368
4. REVENU	218.3497030	266.9536326	0.81793	0.42055650
5. REVENU2	-13.7474016	20.5661237	-0.66845	0.50952198

Fstat 16.30769  
 F(27,27)= 16.30769 with Significance Level 0.00000000

\*\*\*estimation avec la méthode des MCG\*\*\*

\*\*premier cas : la variance des aléas est fonction de la variable revenu\*\*

Linear Regression - Estimation by Weighted Least Squares

Dependent Variable DEPENSES  
 Usable Observations 72 Degrees of Freedom 67  
 Centered R\*\*2 0.141615 R Bar \*\*2 0.090368  
 Uncentered R\*\*2 0.541800 T x R\*\*2 39.010  
 Mean of Dependent Variable 134.69147422  
 Std Error of Dependent Variable 145.13568504  
 Standard Error of Estimate 138.42258449  
 Sum of Squared Residuals 1283774.3972  
 Log Likelihood -495.58650  
 Durbin-Watson Statistic 2.209249

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	-181.8706365	165.5190768	-1.09879	0.27579268
2. AGE	-2.9350103	4.6033307	-0.63758	0.52591743
3. PROP	50.4936420	69.8791405	0.72259	0.47244945
4. REVENU	202.1694048	76.7815214	2.63305	0.01049686
5. REVENU2	-12.1136376	8.2731405	-1.46421	0.14781228

\*\*second cas : la variance des aléas est fonction de la variable revenu2\*\*

Linear Regression - Estimation by Weighted Least Squares

Dependent Variable DEPENSES  
 Usable Observations 72 Degrees of Freedom 67  
 Centered R\*\*2 0.059369 R Bar \*\*2 0.003212  
 Uncentered R\*\*2 0.545293 T x R\*\*2 39.261  
 Mean of Dependent Variable 72.075544968  
 Std Error of Dependent Variable 70.211227514  
 Standard Error of Estimate 70.098384667  
 Sum of Squared Residuals 329223.49671  
 Regression F(4,67) 1.0572

Significance Level of F 0.38463889  
 Log Likelihood -487.62844  
 Durbin-Watson Statistic 2.168244

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	-114.1088694	139.6874965	-0.81689	0.41688836
2. AGE	-2.6941852	3.8073063	-0.70764	0.48162598
3. PROP	60.4487737	58.5508875	1.03241	0.30559044
4. REVENU	158.4269775	76.3911543	2.07389	0.04193608
5. REVENU2	-7.2492899	9.7243373	-0.74548	0.45858952

\*\*estimation avec la méthode des mco, mais avec calcul de la matrice de variance covariance\*\*\*

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Robust Standard Error Calculations  
 Dependent Variable DEPENSES  
 Usable Observations 72 Degrees of Freedom 67  
 Centered R\*\*2 0.243578 R Bar \*\*2 0.198418  
 Uncentered R\*\*2 0.552669 T x R\*\*2 39.792  
 Mean of Dependent Variable 262.53208333  
 Std Error of Dependent Variable 318.04683131  
 Standard Error of Estimate 284.75079529  
 Sum of Squared Residuals 5432562.0332  
 Log Likelihood -506.48876  
 Durbin-Watson Statistic 2.212934

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	-237.1465136	212.9905298	-1.11341	0.26553092
2. AGE	-3.0818140	3.3016612	-0.93341	0.35060669
3. PROP	27.9409084	92.1877767	0.30309	0.76182363
4. REVENU	234.3470270	88.8663517	2.63707	0.00836249
5. REVENU2	-14.9968442	6.9445635	-2.15951	0.03081074