

Révisions

pour le mercredi 7 septembre 2011

Répondez aux questions des exercices suivants en vous aidant des livres disponibles à la BU (1er étage, 2ème étage et fond CAPES).

Exercice 0.1. Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue sur l'intervalle $[a, b]$. Donnez la définition de $\int_a^b f(x)dx$. À partir de cette définition, calculez $\int_0^1 x^2 dx$.

Exercice 0.2. Soit $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue sur l'intervalle $]a, b[$. Donnez la définition de " $\int_a^b f(x)dx$ converge". Les intégrales suivantes convergent-elles ?

$$\int_0^{+\infty} e^{-x} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}, \quad \int_1^{+\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx, \quad \int_0^1 \frac{e^{-x}}{x} dx$$

Exercice 0.3. Soient f et g deux fonctions continues sur l'intervalle $[a, b]$. Expliquez comment on peut résoudre l'équation différentielle $Y' = fY + g$ d'inconnue une fonction Y dont on précisera l'intervalle de définition.

Exercice 0.4. Énoncez le critère spécial de convergence des séries alternées et répondez à la question *IV.2)a*).

Exercice 0.5. Calculez

$$\sum_{p=0}^n \binom{n}{p}, \quad \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} (-1)^p \text{ et } \sum_{p=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} \binom{n}{2p}.$$

($\lfloor n/2 \rfloor$ est la partie entière de $n/2$.)

Exercice 0.6. Calculez pour tout $n \in \mathbb{N}$ et tout $m \in \mathbb{N}$

$$\int_0^{+\infty} e^{-x} x^n dx, \quad \int_0^1 x^n (1-x)^m dx.$$