

Feuille d'exercices 2

Exercice 1. On jette deux fois un dé équilibré. Donnez une description des issues de cette expérience, de l'univers Ω associé et précisez la probabilité \mathbb{P} considérée.

On considère les événements suivants : $E =$ "La somme des points est paire" ; $F =$ "Le 3 est obtenu au moins une fois".

Calculez la probabilité de E et F , puis celle des événements $E \cap F$, $E \cup F$, $E \cap F^c$, $(E \cap F^c) \cup E^c$.

Exercice 2. On lance trois fois une pièce de monnaie équilibrée. Quel est l'ensemble des issues possible ? Munissez cet ensemble d'une probabilité modélisant bien le phénomène étudié.

- Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une fois Face ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois Face ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir Pile au premier lancé et au moins une fois Face lors des deux suivants ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir Pile au premier lancé et Face au troisième ?

Exercice 3. Soient Ω un ensemble, \mathbb{P} une probabilité sur Ω et $(A_1, A_2, A_3) \in \mathcal{P}(\Omega)^3$.

On pose, pour $i, j \in \{1, 2, 3\}$, $i \neq j$, $p_i = \mathbb{P}(A_i)$, $p_{ij} = \mathbb{P}(A_i \cap A_j)$ et $p_{123} = \mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$.

Exprimez en fonction de ces probabilités les probabilités suivantes :

- 1) les trois événements se réalisent, 2) au moins l'un des événements se réalise, 3) au moins deux des événements se réalisent, 4) A_1 seul se réalise, 5) A_1 et A_2 se réalisent mais pas A_3 , 6) deux événements au plus se réalisent, 7) un seul événement se réalise, 8) deux événements seulement se réalisent, 9) deux événements ou plus se réalisent, 10) aucun des trois événements ne se réalise.

Exercice 4. On jette deux dés à six faces. On note S la somme des numéros obtenus, D la valeur absolue de leur différence et P leur produit.

- Quelle est la probabilité que S soit supérieur ou égale à 5 ?
- Quelle est la probabilité que D soit supérieur ou égale à 2 ?
- Quelle est la probabilité que P soit strictement inférieur à 11 ? (inférieur ou égal à 11 ?)

Exercice 5. Le tirage du loto donne six numéros entre 1 et 49. Il ne peut pas y avoir deux fois le même numéro et on ne s'intéresse pas à l'ordre dans lequel ils sortent. Comment peut-on modéliser cette expérience ? Calculez les probabilités des événements suivants :

- pour $0 \leq k \leq 6$, A_k : "Avoir deviné exactement k bon numéros",
- E : "Avoir zéro, un ou deux bon numéros"
- G : "Avoir au moins trois bon numéros"

Exercice 6. Loi du premier succès. Dans le jeu de la boule, un joueur peut parier sur un numéro, compris entre 1 et 9. On admet que, à chaque coup, les 9 numéros ont la même chance de sortir. Les tirages sont indépendants. Le joueur joue 10 fois le 9.

- Quelle est la probabilité p_i qu'il gagne pour la première fois au i -ème coup ?
- Quelle est la probabilité qu'il ne gagne jamais ?
- Reprendre la question pour n tirages.
- Que deviennent les probabilités p_i lorsque n tend vers l'infini ?

Exercice 7. Une tombola met en jeu mille billets. Monsieur Parieur en achète dix. On procède au tirage au sort des dix numéros gagnants. Quelle est la probabilité qu'un de ses tickets au moins soit gagnant ? Donner une valeur numérique approchée de cette probabilité.