IUT GEII — Université Rennes 1

Ma32 - Mathématiques pour le signal discret — Automne 2008

Contrôle de mathématiques

– Jeudi 8 janvier 2009; durée 1h30 –

L'utilisation de calculatrices ainsi que de tout document autre que le formulaire est interdit.
Toute réponse devra être justifiée par un argument ou un théorème du cours.

Exercice 1

1°) Déterminer pour quelles valeurs de x la série $\sum_{n\geq 0} e^{-nx}$ converge.

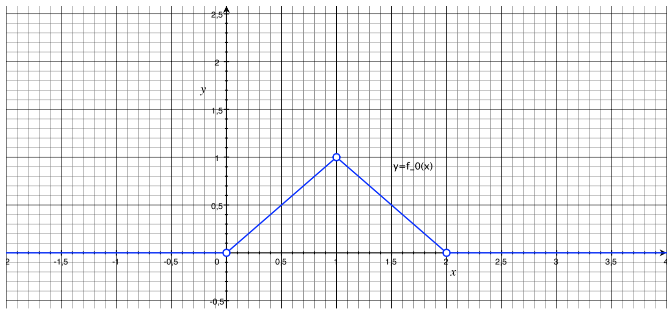
2°) Pour ces valeurs, calculer la somme de la série.

Exercice 2 Donner les rayons de convergence et les sommes des séries entières suivantes :

$$\textbf{a.} \quad \sum_{n\geq 0}(2^n+3^n)x^n, \quad \textbf{b.} \quad \sum_{n\geq 0} nx^n, \quad \textbf{c.} \quad \sum_{n\geq 0}\frac{1}{n+2}x^n$$

Exercice 3

Soit $f(x)$ le signal 2-périodique dont le motif élémentaire $f_0(x)$ est représenté ci-dessous.



1°) Décomposer $f_0(x)$ en somme de signaux élémentaires.

2°) Déterminer la transformée en z de la suite échantillonnée $f_0(nT_e)$ à la période $T_e = \frac{1}{3}$.

3°) En déduire la transformée de z de l'échantillonnage de f à la période $\frac{1}{3}$. Pour quelles valeurs de z cette transformée est-elle définie ?

Exercice 4

Considérons l'équation réccurente linéaire suivante

$$(E) \qquad y_{n+2} + y_{n+1} - 2y_n = x_{n-1} - x_n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

On suppose que x_n et y_n sont nuls si $n < 0$ et que $y_0 = y_1 = 0$.
On notera X et Y les transformées en z de $(x_n)_n$ et $(y_n)_n$.

1°) Calculer la fonction $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$

2°) Donner une suite $(h_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que $\mathscr{Z}[h_n] = -\frac{1}{z}\frac{1}{z+2}$.

2°) Calculer l'expression de y_n dans les cas suivants :

- $x_n = \delta(n)$,
- $x_n = \delta(n-4)$,
- $x_n = U(n)$,