

Contrôle Continu n°2
– Lundi 19 novembre 2007 ; durée 1 heure –

Aucun appareil électronique (calculatrice, téléphone portable ...) et aucun document n'est autorisé.
Toutes les réponses devront être justifiées.

Exercice 1

Considérons l'équation suivante

$$(E) \quad \frac{dx}{dt} = \frac{t+1}{t(t-1)}x - \frac{2}{t-1}$$

- 1°) Donnez toutes les solutions définies sur $] -\infty, 0[$.
- 2°) Donnez toutes les solutions définies sur $]0, 1[$.
- 3°) Dessinez certaines de ces fonctions.
- 4°) Existe-t-il une solution de (E) définie sur $] -\infty, 1[$?

Exercice 2

Considérons l'équation différentielle suivante

$$(B) \quad t^5 \frac{dx}{dt} = 3t^4 x - x^2.$$

- 1°) Quel est le type de cette équation ?
- 2°) Déterminer les valeurs de t pour lesquelles on ne peut pas appliquer le théorème de Cauchy-Lipschitz.
- 3°) Résoudre cette équation sur chaque intervalle ne contenant pas les valeurs de t précédemment déterminées.
- 4°) Donner une solution définie sur $[1, 3]$ valant 2 en 2.
- 5°) Donner les solutions maximales de l'équation (B) .